

# Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel

## Beispiel 1

### Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = x^3 - 12 \cdot x^2 + 27 \cdot x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Berechnen Sie die Nullstellen von  $f$ .

(3 Punkte)

Es gilt:  $f''(x) = 6 \cdot x - 24$ .

b) Untersuchen Sie rechnerisch das Krümmungsverhalten des Graphen von  $f$ .

(3 Punkte)

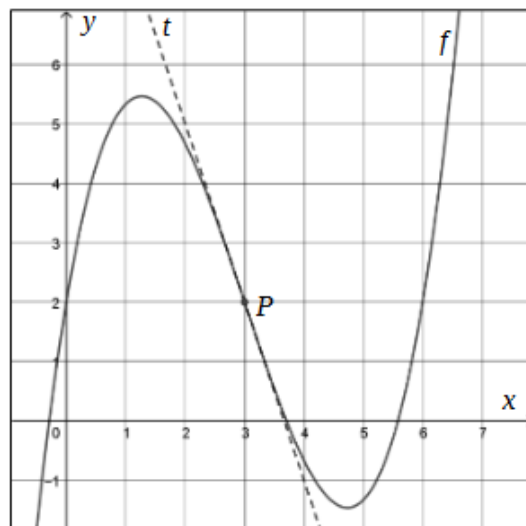
## Beispiel 3

### Aufgabe 1:

Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $f$  mit

$$f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 2, \quad x \in \mathbb{R},$$

und die Tangente  $t$  an den Graphen von  $f$  im Punkt  $P(3|2)$ .



Abbildung

(1) Berechnen Sie  $f'(3)$ .

(2) Zeichnen Sie die Normale  $n$  zur Tangente  $t$  im Punkt  $P$  in die Abbildung ein.

(3) Berechnen Sie eine Gleichung der Normale  $n$ .

(2 + 1 + 3 Punkte)

## Beispiel 2

### Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Genau eine der folgenden drei Aussagen ist falsch:

$$A1: \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$A2: \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

$$A3: \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty.$$

Nennen Sie die falsche Aussage.

(1 Punkt)

b) Die Funktion  $f$  besitzt genau eine Wendestelle.

Berechnen Sie diese Wendestelle.

(3 Punkte)

## Beispiel 4

### Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 3 \cdot x - \frac{5}{2} \\ &= -\frac{1}{2} \cdot (x-3)^2 + 2, \quad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen von  $f$ .

a) Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes des Graphen von  $f$  und die Wertemenge von  $f$  an.

(2 Punkte)

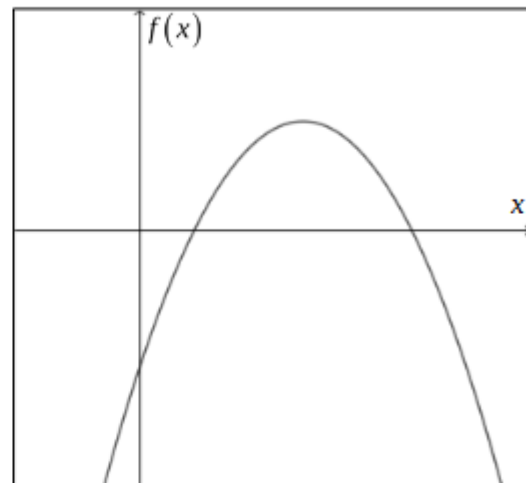


Abbildung 1

b) Berechnen Sie, an welcher Stelle der Graph von  $f$  eine Tangente mit der Steigung 1 besitzt.

(2 Punkte)

c) Die Funktion  $f$  ist die Ableitung einer Funktion  $F$ .

$$\text{mit } F'(x) = f(x)$$

Skizzieren Sie in die Abbildung 2 einen möglichen Verlauf des Graphen von  $F$ .

(2 Punkte)

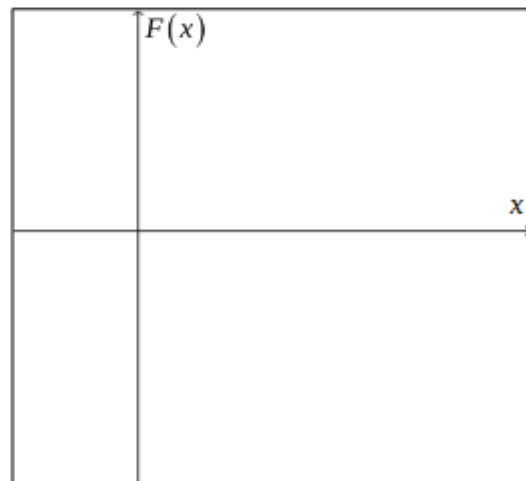


Abbildung 2