Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

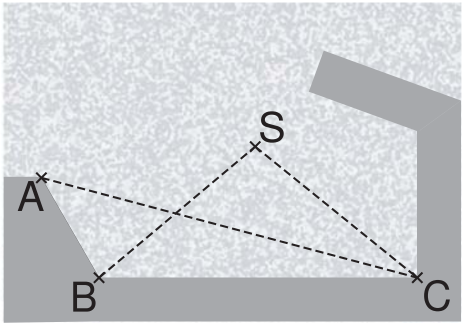
Mathematik II

Name: ____________ Vorname: ____________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Die Skizze zeigt den Grundriss eines Hafenbeckens.
Ein Schiff befindet sich an der Position S.
Es gilt:
$\sphericalangle BAC = 58°$; $\sphericalangle ACB = 16°$; $\sphericalangle SBA = 68°$;
$\overline{AB} = 182\text{ m}$; $\overline{AC} = 635\text{ m}$; $\overline{BS} = 353\text{ m}$.



Runden Sie im Folgenden auf ganze Meter.

A 1.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[BC]$. $\left[\text{Ergebnis: } \overline{BC} = 560\text{ m}\right]$

1 P

A 1.2 Bestimmen Sie durch Rechnung, wie weit die Position S vom Punkt C entfernt ist.
$\left[\text{Teilergebnis: } \sphericalangle CBS = 38°; \text{Ergebnis: } \overline{SC} = 356\text{ m}\right]$

2 P

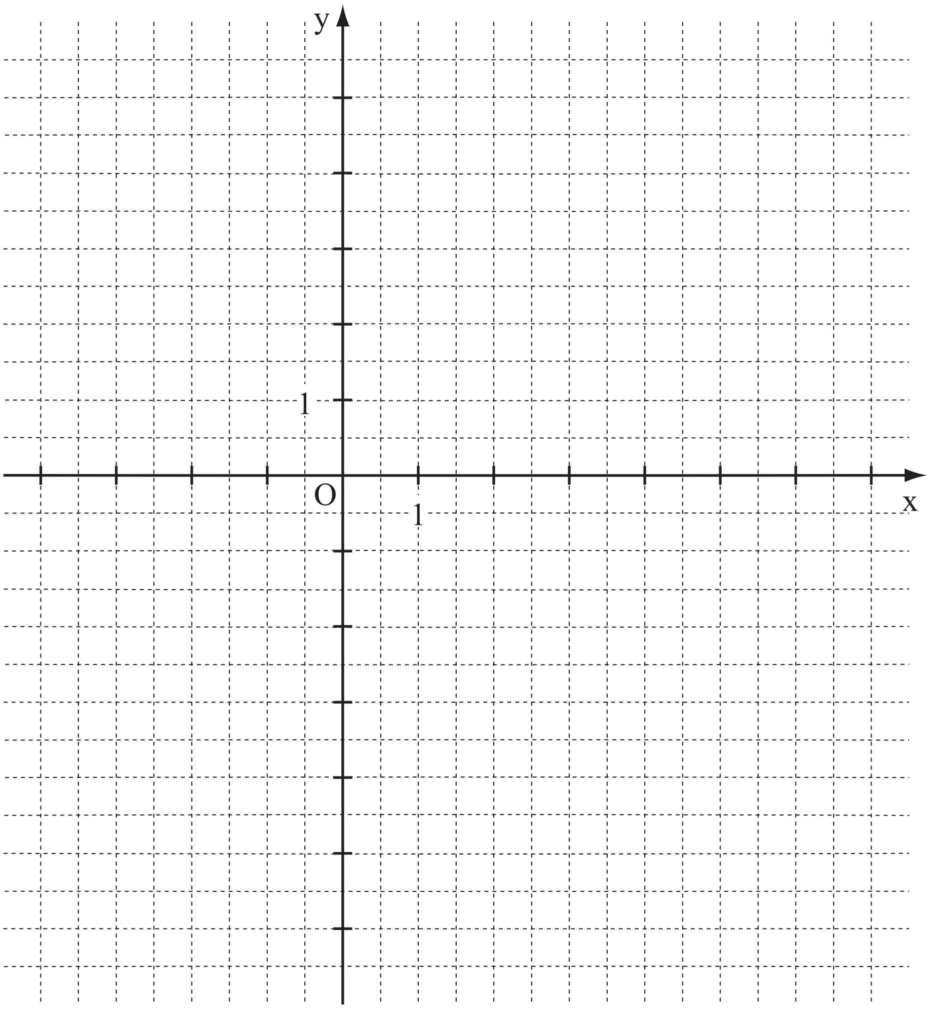
A 1.3 Das Schiff entfernt sich von C, bis es die Position P erreicht. P liegt auf der Halbgeraden $[CS$ und hat die kleinstmögliche Entfernung zum Punkt A.

Berechnen Sie die Länge der Strecke $[AP]$.

2 P

A 2.0 Gegeben sind die Parabel p mit $y = -0,25(x-3)^2 - 2,5$ und die Gerade g mit $y = -0,5x + 4$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\right)$.

A 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Gleichung der Parabel p auf die Form $y = -0,25x^2 + 1,5x - 4,75$ bringen lässt und zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-1; 7]$ und die Gerade g in das Koordinatensystem ein.



3 P

A 2.2 Punkte $A_n(x \mid -0,5x + 4)$ auf der Geraden g und Punkte $D_n(x \mid -0,25x^2 + 1,5x - 4,75)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x und sind Eckpunkte von Rechtecken $A_nB_nC_nD_n$ mit $\overline{A_nB_n} = 1,5 \cdot \overline{A_nD_n}$.

Zeichnen Sie das Rechteck $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu A 2.1 ein. 1 P

A 2.3 Berechnen Sie die Länge der Seiten $\left[A_nD_n\right]$ der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und ermitteln Sie sodann rechnerisch den Umfang $u\left(x\right)$ der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$. [Ergebnis: $u(x) = (1{,}25x^2 - 10x + 43{,}75)$ LE]

2 P

A 2.4 Die Rechtecke $A_2B_2C_2D_2$ und $A_3B_3C_3D_3$ haben einen Umfang von 28,75 LE.
Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x.

2 P

A 2.5 Um wieviel Prozent nimmt der Flächeninhalt A der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ aus A 2.2 zu, wenn man die Seitenlänge $\left[A_nD_n\right]$ verdoppelt?
Kreuzen Sie an.

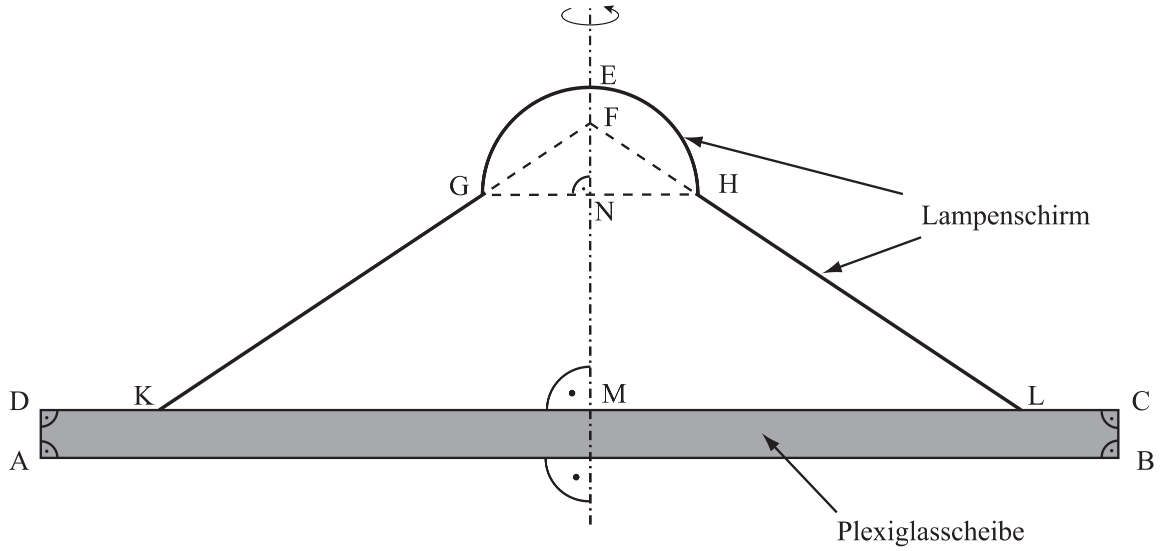
☐ 100 % ☐ 150 % ☐ 200 % ☐ 300 % 1 P

A 3.0 Die nachfolgende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse ME und dient als Vorlage für eine Lampe, die aus einer Plexiglasscheibe und einem Lampenschirm besteht.

Es gilt: $\overline{AB} = 45$ cm; $\overline{BC} = 2$ cm; $\overline{KL} = 36$ cm; $\overline{ME} = 13,5$ cm; $\overline{MF} = 12$ cm.

Für den Durchmesser $[GH]$ des Halbkreisbogens $\widehat{HG}$ gilt: $\overline{GH} = 9$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Berechnen Sie das Volumen V der Plexiglasscheibe.

1 P

A 3.2 Ermitteln Sie rechnerisch den Inhalt A der Außenfläche des Lampenschirms.

4 P

Abschlussprüfung 2015

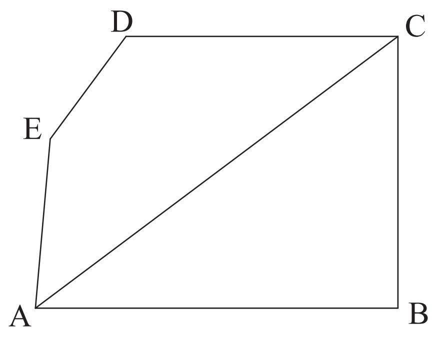
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Skizze zeigt das Fünfeck ABCDE, das den Grundriss eines Badezimmers darstellt.
Es gilt:
$\overline{AC} = 6{,}00\text{ m}$; $\overline{AE} = 2{,}25\text{ m}$; $\overline{CD} = 3{,}60\text{ m}$;
$\sphericalangle CBA = 90°$; $\sphericalangle BAE = 85°$;
$\sphericalangle BAC = \sphericalangle DCA = 36{,}87°$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Berechnen Sie jeweils die Länge der Strecken [AB] und [BC].
$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{AB} = 4{,}80\text{ m}; \overline{BC} = 3{,}60\text{ m}\right]$ 2 P

B 1.2 Zeichnen Sie den Grundriss des Badezimmers im Maßstab 1 : 50 und begründen Sie, dass die Geraden AB und CD parallel zueinander sind. 3 P

B 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch jeweils die Länge der Strecken $[EC]$ und $[ED]$.
$\left[\text{Teilergebnis: } \sphericalangle DCE = 16{,}44°; \text{ Ergebnisse: } \overline{EC} = 4{,}80\text{ m}; \overline{ED} = 1{,}69\text{ m}\right]$ 4 P

B 1.4 Der Kreis um D mit dem Radius $\overline{DE}$ schneidet die Strecke $[DC]$ im Punkt F.
Zeichnen Sie den zugehörigen Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ in die Zeichnung zu B 1.2 ein und berechnen Sie sodann das Maß des Winkels EDF.
$\left[\text{Ergebnis: } \sphericalangle EDF = 126{,}42°\right]$ 2 P

B 1.5 Im Bereich, der durch die Strecken $[FD]$ und $[DE]$ sowie durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ begrenzt ist, wird eine Dusche errichtet. Die restliche Bodenfläche wird gefliest.
Ermitteln Sie den Flächeninhalt A des zu fliesenden Bodens. 4 P

B 1.6 Der Punkt P mit $P \in [EF]$ kennzeichnet die Lage des Abflusses der Dusche. Dabei hat P die minimale Entfernung zum Punkt D.
Zeichnen Sie die Strecke $[EF]$ und den Punkt P in die Zeichnung zu B 1.2 ein und bestimmen Sie sodann durch Rechnung die Länge der Strecke $[PD]$. 2 P

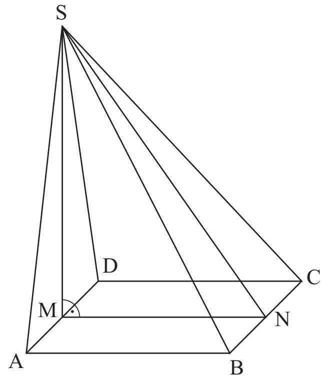
Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**



B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Quadrat ABCD ist.
Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Mittelpunkt M der Strecke $[AD]$.
N ist der Mittelpunkt der Strecke $[BC]$.
Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\sphericalangle SNM = 55°$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[MN]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt M links vom Punkt N liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Höhe $[MS]$ der Pyramide ABCDS und die Länge der Strecke $[SN]$. $\left[\text{Ergebnisse: } \overline{MS} = 11{,}43\text{ cm}; \overline{SN} = 13{,}95\text{ cm}\right]$ 4 P

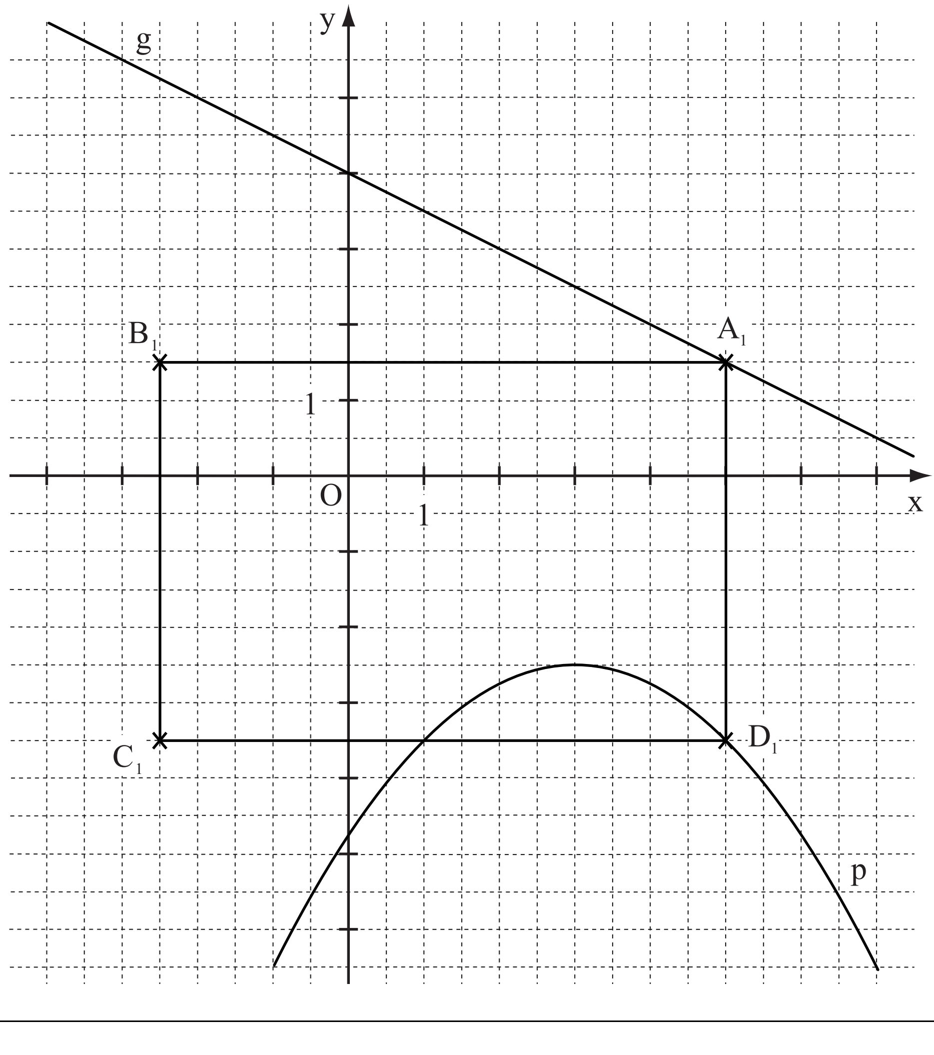
B 2.2 Punkte P_n auf der Strecke $[SN]$ mit $\overline{P_nS}(x) = x\text{ cm}$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $x \in]0;13{,}95[$ sind die Spitzen von Pyramiden $BCMP_n$. Punkte F_n sind die Fußpunkte der Pyramidenhöhen $[P_nF_n]$.
Zeichnen Sie für $x = 5$ die Pyramide $BCMP_1$ zusammen mit ihrer Höhe $[P_1F_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels $\sphericalangle SP_1M$.
$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{MP_1} = 7{,}88\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden $BCMP_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-8{,}75x + 121{,}92)\text{ cm}^3$. 3 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x das zugehörige Volumen der Pyramiden $BCMP_n$ mehr als 34 % des Volumens der Pyramide ABCDS beträgt. 3 P

B 2.5 Unter den Punkten P_n hat der Punkt P_2 die kürzeste Entfernung zu M.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCMP_2$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MP_2]$ sowie den zugehörigen Wert für x. 3 P

Bitte wenden!

EBENE GEOMETRIE				
A 1.1	$\dfrac{\overline{BC}}{\sin 58°} = \dfrac{182\text{ m}}{\sin 16°}$	$\overline{BC} = 560\text{ m}$	1	L 2 K 5
A 1.2	$\overline{SC}^2 = \overline{BS}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{BS} \cdot \overline{BC} \cdot \cos\sphericalangle CBS$ $\sphericalangle CBA = 180° - 58° - 16°$ $\sphericalangle CBS = 106° - 68°$ $\overline{SC} = \sqrt{353^2 + 560^2 - 2 \cdot 353 \cdot 560 \cdot \cos 38°}\text{ m}$	 $\sphericalangle CBA = 106°$ $\sphericalangle CBS = 38°$ $\overline{SC} = 356\text{ m}$	2	L 2 L 3 K 2 K 5
A 1.3	$\sin(\sphericalangle SCB - 16°) = \dfrac{\overline{AP}}{635\,\text{m}}$ $\dfrac{\sin\sphericalangle SCB}{353\text{ m}} = \dfrac{\sin 38°}{356\text{ m}}$ $\sin(37{,}62° - 16°) = \dfrac{\overline{AP}}{635\,\text{m}}$	 $\sphericalangle SCB = 37{,}62°$ $\overline{AP} = 234\text{ m}$	2	L 2 K 2 K 5
FUNKTIONEN				
A 2.1				L 3 K 4

	$y = -0,25(x-3)^2 - 2,5$ $y = -0,25(x^2 - 6x + 9) - 2,5$ $y = -0,25x^2 + 1,5x - 4,75$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$	3	L 4 K 5
A 2.2	Einzeichnen des Rechtecks $A_1B_1C_1D_1$	1	L 3 K 4
A 2.3	$u = 2 \cdot (\overline{A_nD_n} + 1,5 \cdot \overline{A_nD_n})$ $u = 5 \cdot \overline{A_nD_n}$ $\overline{A_nD_n} = (y_{A_n} - y_{D_n})$ LE $\overline{A_nD_n}(x) = \left[-0,5x + 4 - \left(-0,25x^2 + 1,5x - 4,75\right)\right]$ LE $x \in \mathbb{R}$ $\overline{A_nD_n}(x) = \left(0,25x^2 - 2x + 8,75\right)$ LE $u(x) = 5 \cdot \left(0,25x^2 - 2x + 8,75\right)$ LE $x \in \mathbb{R}$ $u(x) = \left(1,25x^2 - 10x + 43,75\right)$ LE	2	L 4 K 2 K 5
A 2.4	$1,25x^2 - 10x + 43,75 = 28,75$ $x \in \mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 2 \ \vee \ x = 6$ $\mathbb{L} = \{2; 6\}$	2	L 4 K 5
A 2.5	300 %	1	L 4 K 2
RAUMGEOMETRIE			
A 3.1	$V = \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AB}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{BC}$ $V = \left(\frac{1}{2} \cdot 45\right)^2 \cdot \pi \cdot 2\ \text{cm}^3$ $V = 3180,86\ \text{cm}^3$	1	L 2 K 3 K 5
A 3.2	$A = M_{\text{Kegel groß}} - M_{\text{Kegel klein}} + \frac{1}{2} \cdot O_{\text{Kugel}}$ $\overline{MK} = 36\ \text{cm} : 2$ $\overline{MK} = 18\ \text{cm}$ $\overline{FK} = \sqrt{12^2 + 18^2}\ \text{cm}$ $\overline{FK} = 21,63\ \text{cm}$ $\overline{NH} = 9\ \text{cm} : 2$ $\overline{NH} = 4,5\ \text{cm}$ $\overline{FH} = \sqrt{4,5^2 + \left(4,5 - (13,5 - 12)\right)^2}\ \text{cm}$ $\overline{FH} = 5,41\ \text{cm}$ $A = \left(18 \cdot \pi \cdot 21,63 - 4,5 \cdot \pi \cdot 5,41 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4,5^2 \cdot \pi\right)\text{cm}^2$ $A = 1273,90\ \text{cm}^2$	4	L 2 K 2 K 3 K 5
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

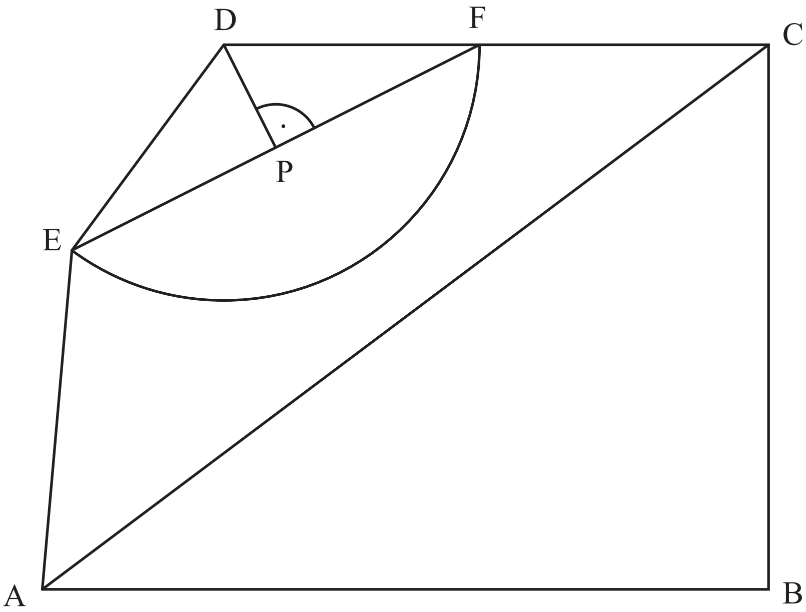
EBENE GEOMETRIE

B 1.1 $\cos 36{,}87° = \dfrac{\overline{AB}}{6\text{ m}}$ $\overline{AB} = 4{,}80\text{ m}$

$\sin 36{,}87° = \dfrac{\overline{BC}}{6\text{ m}}$ $\overline{BC} = 3{,}60\text{ m}$

2 L 2 K 5

B 1.2



$\sphericalangle DCA = \sphericalangle BAC \Rightarrow AB \parallel CD$ Wechselwinkel an parallelen Geraden

3 L 3 K 4 K 1

B 1.3 $\overline{EC} = \sqrt{2{,}25^2 + 6^2 - 2 \cdot 2{,}25 \cdot 6 \cdot \cos(85° - 36{,}87°)}\text{ m}$ $\overline{EC} = 4{,}80\text{ m}$

$\overline{ED} = \sqrt{4{,}80^2 + 3{,}60^2 - 2 \cdot 4{,}80 \cdot 3{,}60 \cdot \cos \sphericalangle DCE}\text{ m}$

$\sphericalangle DCE = 36{,}87° - \sphericalangle ECA$

$\dfrac{\sin \sphericalangle ECA}{2{,}25\text{ m}} = \dfrac{\sin(85° - 36{,}87°)}{4{,}80\text{ m}}$

$\sphericalangle ECA = 20{,}43°$

$\sphericalangle DCE = 36{,}87° - 20{,}43°$ $\sphericalangle DCE = 16{,}44°$

$\overline{ED} = \sqrt{4{,}80^2 + 3{,}60^2 - 2 \cdot 4{,}80 \cdot 3{,}60 \cdot \cos 16{,}44°}\text{ m}$ $\overline{ED} = 1{,}69\text{ m}$

4 L 2 K 2 K 5

B 1.4 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{EF}$ $\overline{EC}^2 = \overline{ED}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{ED} \cdot \overline{CD} \cdot \cos\sphericalangle EDF$ $4{,}80^2 = 1{,}69^2 + 3{,}60^2 - 2 \cdot 1{,}69 \cdot 3{,}60 \cdot \cos\sphericalangle EDF$ $\sphericalangle EDF = 126{,}42°$	2	L 3 K 4 K 5
B 1.5 $A = A_{ABCDE} - A_{Sektor}$ $A_{ABCDE} = \frac{1}{2} \cdot \left(4{,}80 \cdot 3{,}60 + 6 \cdot 2{,}25 \cdot \sin\left(85° - 36{,}87°\right) + 1{,}69 \cdot 3{,}60 \cdot \sin 126{,}42°\right) \text{m}^2$ $A_{ABCDE} = 16{,}11\ \text{m}^2$ $A_{Sektor} = 1{,}69^2 \cdot \pi \cdot \frac{126{,}42°}{360°}\ \text{m}^2$ $\quad A_{Sektor} = 3{,}15\ \text{m}^2$ $A = \left(16{,}11 - 3{,}15\right) \text{m}^2$ $\quad A = 12{,}96\ \text{m}^2$	4	L 2 K 3 K 5
B 1.6 Einzeichnen der Strecke $\left[EF\right]$ und des Punktes P $\cos\left(0{,}5 \cdot 126{,}42°\right) = \frac{\overline{PD}}{1{,}69\ \text{m}}$ $\quad \overline{PD} = 0{,}76\ \text{m}$	2	L 2 K 2 K 4
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2015

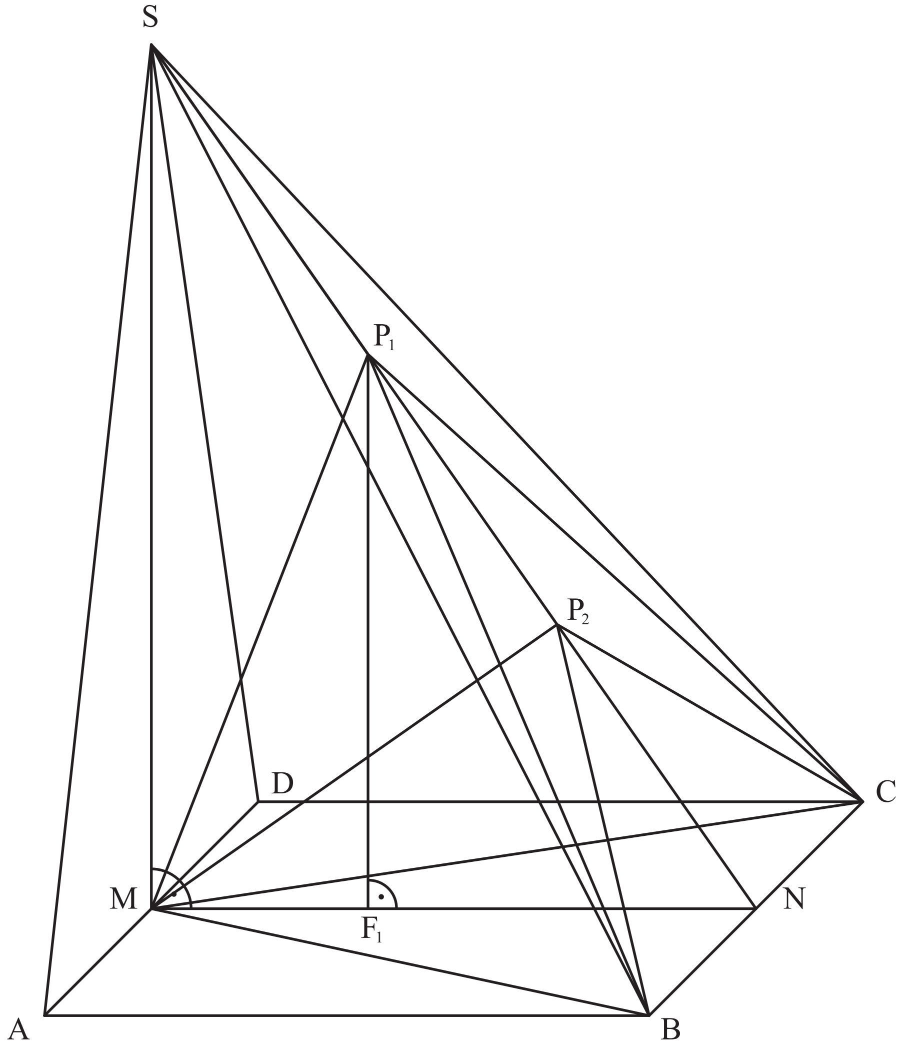
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 — **Haupttermin**

RAUMGEOMETRIE

B 2.1



L 3
L 4

$\tan 55° = \dfrac{\overline{MS}}{8\text{ cm}}$ $\qquad$ $\overline{MS} = 11{,}43\text{ cm}$

$\cos 55° = \dfrac{8\text{ cm}}{\overline{SN}}$ $\qquad$ $\overline{SN} = 13{,}95\text{ cm}$

4 — L 2, K 5

B 2.2 Einzeichnen der Pyramide $BCMP_1$ — L 3, K 4

$\overline{MS}^2 = \overline{P_1M}^2 + \overline{P_1S}^2 - 2 \cdot \overline{P_1M} \cdot \overline{P_1S} \cdot \cos\sphericalangle SP_1M$

$\sphericalangle MSN = 180° - 90° - 55°$ $\qquad$ $\sphericalangle MSN = 35°$

$\overline{MP_1} = \sqrt{11{,}43^2 + 5^2 - 2 \cdot 11{,}43 \cdot 5 \cdot \cos 35°}\text{ cm}$ $\qquad$ $\overline{MP_1} = 7{,}88\text{ cm}$

$11{,}43^2 = 7{,}88^2 + 5^2 - 2 \cdot 7{,}88 \cdot 5 \cdot \cos\sphericalangle SP_1M$ $\qquad$ $\sphericalangle SP_1M = 123{,}55°$

4 — L 2, K 5

B 2.3 $V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \overline{F_nP_n}$ $\sin 55° = \frac{\overline{F_nP_n}}{\overline{NP_n}}$ $\overline{NP_n}(x) = (13{,}95 - x)$ cm $\quad x \in \mathbb{R}; x \in]0; 13{,}95[$ $\overline{F_nP_n}(x) = (-0{,}82x + 11{,}43)$ cm $\quad x \in \mathbb{R}; x \in]0; 13{,}95[$ $V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot (-0{,}82x + 11{,}43)$ cm³ $\quad x \in \mathbb{R}; x \in]0; 13{,}95[$ $V(x) = (-8{,}75x + 121{,}92)$ cm³		3	L 4 K 2 K 5
B 2.4 $V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 8 \cdot 11{,}43$ cm³ $\quad V_{ABCDS} = 243{,}84$ cm³ $V(x) > 0{,}34 \cdot 243{,}84$ cm³ $-8{,}75x + 121{,}92 > 82{,}91 \quad x \in \mathbb{R};\ x \in]0; 13{,}95[$ ... $\Leftrightarrow \quad x < 4{,}46 \quad \mathbb{L} = \{x \mid x < 4{,}46\}$		3	L 4 K 2 K 5
B 2.5 Einzeichnen der Pyramide $BCMP_2$ $\sin 55° = \frac{\overline{MP_2}}{8\text{ cm}} \quad \overline{MP_2} = 6{,}55$ cm $\cos 55° = \frac{13{,}95 - x}{8} \quad x \in \mathbb{R};\ x \in]0; 13{,}95[\quad \mathbb{L} = \{9{,}36\}$		3	L 3 L 4 K 4 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

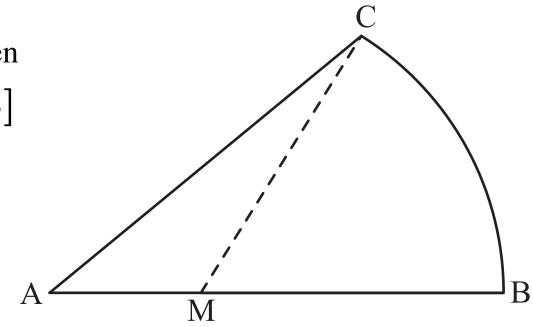
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Die nebenstehende Figur ist durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{BC}$ mit dem Radius $r = \overline{MC}$ und die Strecken $[AB]$ und $[AC]$ begrenzt.

Es gilt: $\overline{AB} = 6\text{ cm}$; $\overline{MB} = 4\text{ cm}$; $\sphericalangle BMC = 58°$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

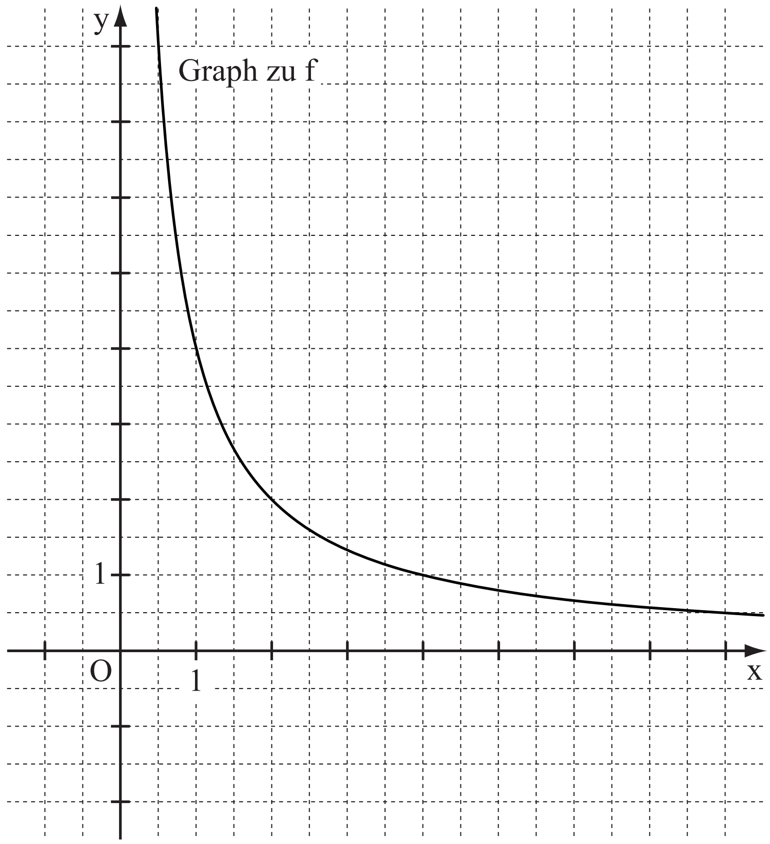
A 1.1 Bestimmen Sie rechnerisch das Maß des Winkels BAC
$\left[\text{Teilergebnis}: \overline{AC} = 5{,}34\text{ cm}\right]$

3 P

A 1.2 Berechnen Sie den Umfang u der Figur.

2 P

A 2.0 Im folgenden Koordinatensystem ist der Graph der Funktion f mit der Gleichung $y = \frac{4}{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ dargestellt.



A 2.1 Punkte $Q_n\left(x \,\middle|\, \frac{4}{x}\right)$ auf dem Graphen zu f sind zusammen mit den Punkten $O(0 \mid 0)$ und $P(3 \mid -1)$ die Eckpunkte von Dreiecken OPQ_n.

Zeichnen Sie für $x = 2$ das Dreieck OPQ_1 in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein und überprüfen Sie rechnerisch, ob das Dreieck OPQ_1 gleichseitig ist.

3 P

A 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels $\sphericalangle POQ_1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2 P

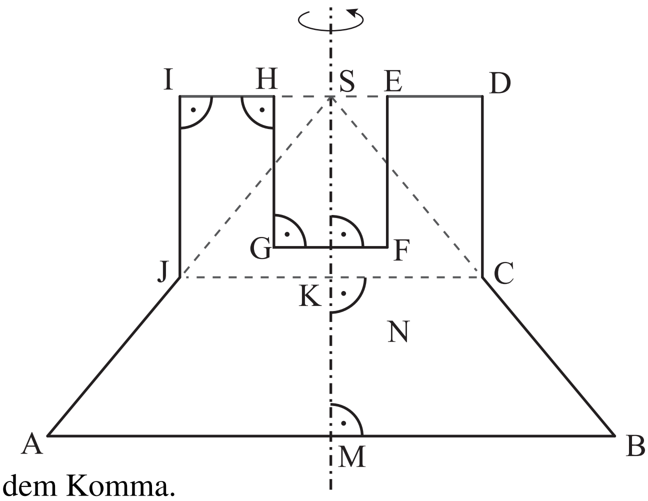
A 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A der Dreiecke OPQ_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte Q_n.

2 P

A 2.4 Existiert unter den Dreiecken OPQ_n ein rechtwinkliges Dreieck mit $[OP]$ als Hypotenuse? Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe einer Zeichnung in A 2.0.

2 P

A 3.0 Die Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse MS.
Sie dient als Vorlage für einen Kerzenständer aus Edelstahl.



Es gilt:

$\overline{MS} = 4,5\text{ cm}$; $\overline{AB} = 7,5\text{ cm}$; $\overline{EF} = \overline{HG} = 2\text{ cm}$;

$\overline{DI} = \overline{CJ} = 4\text{ cm}$; $\overline{EH} = \overline{FG} = 1,5\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[MK]$. [Ergebnis: $\overline{MK} = 2,1\text{ cm}$]

2 P

A 3.2 Ermitteln Sie rechnerisch den Oberflächeninhalt O des Kerzenständers.

3 P

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Für das Viereck ABCD gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\overline{BC} = 8\text{ cm}$; $\overline{AD} = 6\text{ cm}$;

$\sphericalangle CBA = 90°$; $\sphericalangle BAD = 120°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[BD]$ und das Maß des Winkels $\sphericalangle DBA$.

[Ergebnisse: $\overline{BD} = 14\text{ cm}$; $\sphericalangle DBA = 21{,}79°$] 4 P

B 1.2 Berechnen Sie den Umfang u des Vierecks ABCD. 2 P

B 1.3 Der Kreis um A berührt die Strecke $[BD]$ im Punkt F und schneidet die Strecke $[AB]$ im Punkt G.

Zeichnen Sie die Strecke $[AF]$ und den zugehörigen Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ in die Zeichnung zu B 1.1 ein.

Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A der Figur, die durch die Strecken $[GB]$, $[BF]$ und den Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ begrenzt wird.

[Teilergebnis: $\overline{AF} = 3{,}71\text{ cm}$] 4 P

B 1.4 Punkte H_n auf der Strecke $[BD]$ mit $\overline{H_nB}(x) = x\text{ cm}$ bilden für $x \in \left]0; 14\right[$ und $x \in \mathbb{R}$ zusammen mit dem Punkt C Strecken $[H_nC]$.

Zeichnen Sie die Strecke $[H_1C]$ für x = 6 in die Zeichnung zu B 1.1 ein.

Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[H_nC]$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{H_nC}(x) = \sqrt{x^2 - 5{,}94x + 64}\text{ cm}$. 2 P

B 1.5 Unter den Strecken $[H_nC]$ hat die Strecke $[H_0C]$ die minimale Länge.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und die Länge der Strecke $[H_0C]$. 2 P

B 1.6 Überprüfen Sie durch Rechnung, ob das Dreieck BCF gleichschenklig ist. 3 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

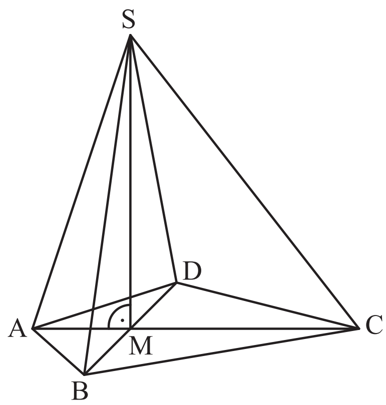
Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Schnittpunkt M der Diagonalen des Drachenvierecks ABCD (siehe Skizze).

Es gilt: $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$; $\overline{BD} = 8\,\text{cm}$; $\overline{AM} = 3\,\text{cm}$; $\overline{MS} = 9\,\text{cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[SC]$ und das Maß des Winkels $\sphericalangle SCA$.
[Ergebnisse: $\overline{SC} = 11{,}40\,\text{cm}$ und $\sphericalangle SCA = 52{,}13°$] 4 P

B 2.2 Auf der Strecke $[AS]$ liegt der Punkt P mit $\overline{SP} = 4\,\text{cm}$. Punkte Q_n auf der Seitenkante $[SC]$ bilden zusammen mit den Punkten P und S Dreiecke PQ_nS.
Im Dreieck PQ_1S gilt: $[PQ_1] \perp [SC]$; im Dreieck PQ_2S gilt: $[PQ_2] \parallel [AC]$.
Zeichnen Sie die Dreiecke PQ_1S und PQ_2S in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[SQ_1]$.
$[\text{Teilergebnis}: \sphericalangle ASC = 56{,}30°]$ 2 P

B 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks PQ_2S. 3 P

B 2.5 Im Dreieck PQ_3S hat der Winkel $\sphericalangle Q_3PS$ das Maß 77°. Der Punkt Q_3 ist die Spitze der Pyramide $ABCDQ_3$ mit dem Höhenfußpunkt F_3 und der Höhe $[F_3Q_3]$.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDQ_3$ mit der Höhe $[F_3Q_3]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[F_3Q_3]$. 4 P

B 2.6 Berechnen Sie das Volumen der Pyramiden $ABCDQ_n$ in Abhängigkeit von der Länge der Strecke $[SQ_n]$ mit $\overline{SQ_n}(x) = x\,\text{cm}$ und $x \in \mathbb{R}$; $x \in \,]0; 11{,}40[$. 3 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2015
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgaben A 1–3 **Nachtermin**

EBENE GEOMETRIE

A 1.1 $\frac{\sin\sphericalangle BAC}{\overline{MC}} = \frac{\sin\sphericalangle CMA}{\overline{AC}}$

$\sphericalangle CMA = 180° - 58°$ $\quad\quad \sphericalangle CMA = 122°$

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{MC}^2 - 2\cdot\overline{AM}\cdot\overline{MC}\cdot\cos\sphericalangle CMA}$

$\overline{AM} = \overline{AB} - \overline{MB}$ $\quad\quad \overline{AM} = 2\text{ m}$

$\overline{AC} = \sqrt{2^2 + 4^2 - 2\cdot 2\cdot 4\cdot\cos 122°}\text{ m}$ $\quad\quad \overline{AC} = 5{,}34\text{ m}$

$\frac{\sin\sphericalangle BAC}{4\text{ m}} = \frac{\sin 122°}{5{,}34\text{ m}}$ $\quad\quad \sphericalangle BAC = 39{,}44°$ 3 L 2 L 3 K 5

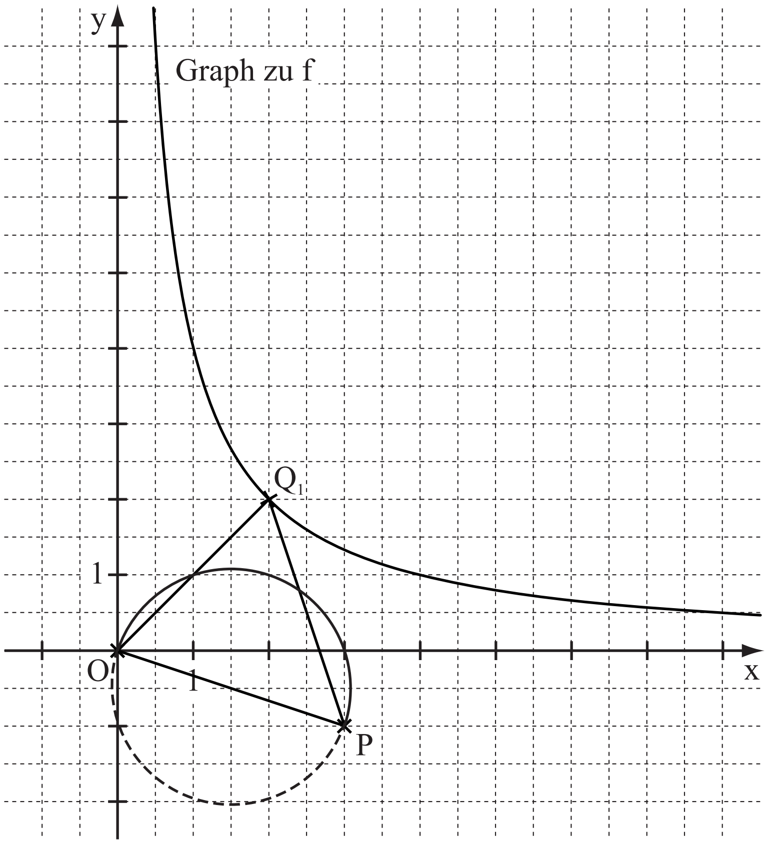
A 1.2 $u = \overline{AB} + b_{\widehat{BC}} + \overline{AC}$

$b_{\widehat{BC}} = \frac{2\cdot 4\cdot\pi\cdot 58°}{360°}\text{ m}$ $\quad\quad b_{\widehat{BC}} = 4{,}05\text{ m}$

$u = (6 + 4{,}05 + 5{,}34)\text{ m}$ $\quad\quad u = 15{,}39\text{ m}$ 2 L 2 K 3 K 5

FUNKTIONEN

A 2.1



Einzeichnen des Dreiecks OPQ_1 L 3 K 4

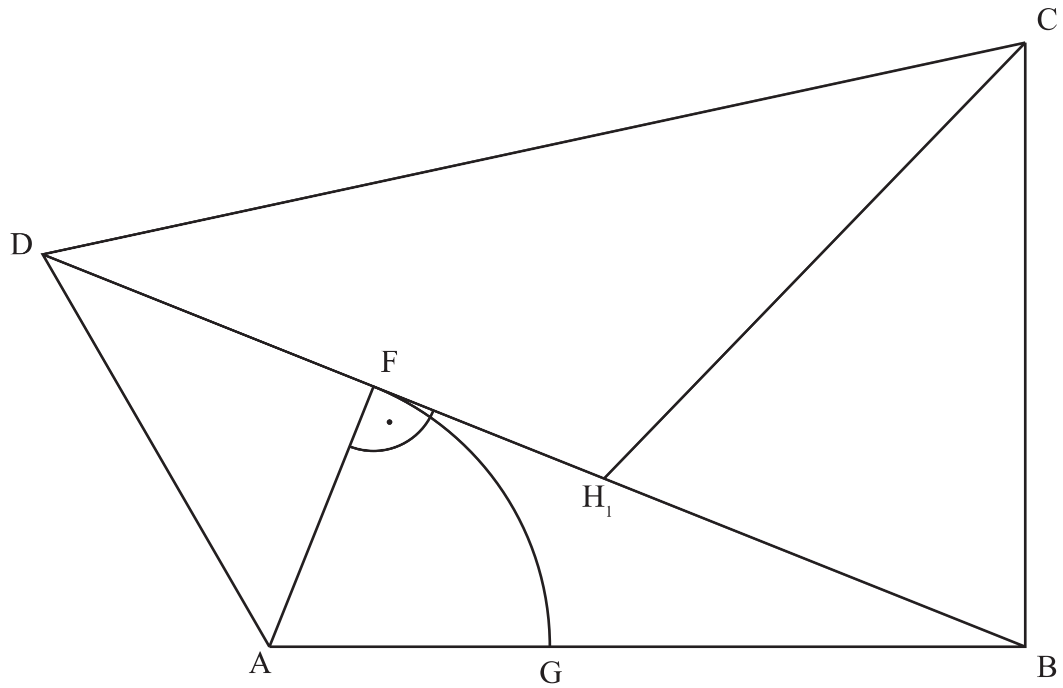
	$\overline{OP} = \sqrt{3^2 + (-1)^2}$ LE $\qquad \overline{OP} = \sqrt{10}$ LE $\overline{PQ_1} = \sqrt{(3-2)^2 + (-1-2)^2}$ LE $\qquad \overline{PQ_1} = \sqrt{10}$ LE $\overline{OQ_1} = \sqrt{2^2 + 2^2}$ LE $\qquad \overline{OQ_1} = \sqrt{8}$ LE $\Rightarrow$ Das Dreieck OPQ_1 ist nicht gleichseitig.	3	L 2 K 5 K 6
A 2.2	$\sphericalangle POQ_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \qquad \varepsilon_1 = \sphericalangle(x-\text{Achse}; OQ_1)$ und $\varepsilon_2 = \sphericalangle(OP; x-\text{Achse})$ $\tan\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_1 = 45°$ $\tan\varepsilon_2 = -\frac{1}{3} \qquad \varepsilon_2 = -18{,}43°$ $\sphericalangle POQ_1 = 45° - (-18{,}43°) \qquad \sphericalangle POQ_1 = 63{,}43°$	2	L 2 K 4
A 2.3	$A(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & x \\ -1 & \frac{4}{x} \end{vmatrix}$ FE $\qquad x \in \mathbb{R}^+$ $A(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{12}{x} - (-1) \cdot x\right)$ FE $\qquad A(x) = \left(\frac{6}{x} + \frac{1}{2}x\right)$ FE	2	L 4 K 2 K 5
A 2.4	Einzeichnen des Thaleskreises über $[OP]$ Der Thaleskreis über $[OP]$ schneidet den Graphen der Funktion f nicht. Somit gibt es unter den Dreiecken OPQ_n kein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $[OP]$.	2	L 3 K 1 K 4
RAUMGEOMETRIE			
A 3.1	$\frac{\overline{MS} - \overline{MK}}{\overline{MS}} = \frac{\overline{CJ}}{\overline{AB}}$ $4{,}5\,\text{cm} - \overline{MK} = 2{,}4\,\text{cm} \qquad \overline{MK} = 2{,}1\,\text{cm}$	2	L 2 K 5
A 3.2	$O = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \cdot \pi + \left(\frac{\overline{DI}}{2}\right)^2 \cdot \pi + \frac{\overline{AB}}{2} \cdot \overline{AS} \cdot \pi - \frac{\overline{CJ}}{2} \cdot \overline{JS} \cdot \pi + 2 \cdot \frac{\overline{CJ}}{2} \cdot \pi \cdot \overline{SK} + 2 \cdot \frac{\overline{EH}}{2} \cdot \pi \cdot \overline{EF}$ $\overline{AS} = \sqrt{(0{,}5 \cdot \overline{AB})^2 + \overline{MS}^2} \qquad \overline{AS} = 5{,}9\,\text{cm}$ $\overline{JS} = \sqrt{(0{,}5 \cdot \overline{CJ})^2 + (\overline{MS} - \overline{MK})^2} \qquad \overline{JS} = 3{,}1\,\text{cm}$ $O = 146{,}4\,\text{cm}^2$	3	L 2 K 3 K 5
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

EBENE GEOMETRIE

B 1.1



$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle BAD$$

$$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos 120°}\ \text{cm} \qquad \overline{BD} = 14\ \text{cm}$$

$$\frac{\sin \sphericalangle DBA}{\overline{AD}} = \frac{\sin \sphericalangle BAD}{\overline{BD}}$$

$$\frac{\sin \sphericalangle DBA}{6\ \text{cm}} = \frac{\sin 120°}{14\ \text{cm}} \qquad \sphericalangle DBA = 21{,}79°$$

4 — L 2, L 3, K 4, K 5

B 1.2 $u = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$

$$\overline{CD}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBD$$

$$\overline{CD} = \sqrt{14^2 + 8^2 - 2 \cdot 14 \cdot 8 \cdot \cos(90° - 21{,}79°)}\ \text{cm} \qquad \overline{CD} = 13{,}30\ \text{cm}$$

$$u = (10 + 8 + 13{,}30 + 6)\ \text{cm} \qquad u = 37{,}30\ \text{cm}$$

2 — L 2, K 2, K 5

B 1.3 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{GF}$ und der Strecke $[AF]$ $\sin \sphericalangle DBA = \frac{\overline{AF}}{\overline{AB}}$ $\overline{AF} = 10 \cdot \sin 21{,}79° \text{ cm}$ $\qquad$ $\overline{AF} = 3{,}71 \text{ cm}$ $A = A_{\triangle ABF} - A_{\text{Sektor GFA}}$ $A = \left(\frac{1}{2} \cdot 3{,}71 \cdot 10 \cdot \sin(90° - 21{,}79°) - 3{,}71^2 \cdot \pi \cdot \frac{90° - 21{,}79°}{360°}\right) \text{cm}^2$ $A = 9{,}03 \text{cm}^2$	4	L 3 K 4 L 2 K 5
B 1.4 Einzeichnen der Strecke $[H_1C]$ $\overline{H_nC}^2 = \overline{H_nB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{H_nB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBD$ $\overline{H_nC}(x) = \sqrt{x^2 + 8^2 - 2 \cdot x \cdot 8 \cdot \cos(90° - 21{,}79°)} \text{ cm}$ $\qquad$ $x \in \mathbb{R};\, x \in]0;14[$ $\overline{H_nC}(x) = \sqrt{x^2 - 5{,}94x + 64} \text{ cm}$	2	L 3 K 4 L 4 K 5
B 1.5 $\cos(90° - 21{,}79°) = \frac{x}{8}$ $\qquad$ $x \in \mathbb{R};\, x \in]0;14[$ $x = 2{,}97$ $\qquad$ $\mathbb{L} = \{2{,}97\}$ $\overline{H_0C}(2{,}97) = \sqrt{2{,}97^2 - 5{,}94 \cdot 2{,}97 + 64} \text{ cm}$ $\qquad$ $\overline{H_0C} = 7{,}43 \text{ cm}$	2	L 3 K 5
B 1.6 $\cos 21{,}79° = \frac{\overline{BF}}{10 \text{ cm}}$ $\qquad$ $\overline{BF} = 9{,}29 \text{ cm}$ $\overline{FC} = \sqrt{9{,}29^2 - 5{,}94 \cdot 9{,}29 + 64} \text{ cm}$ $\qquad$ $\overline{FC} = 9{,}75 \text{ cm}$ $\overline{BC} < \overline{BF} < \overline{FC}$ $\Rightarrow$ Das Dreieck BCF ist nicht gleichschenklig.	3	L 3 K 2 K 5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

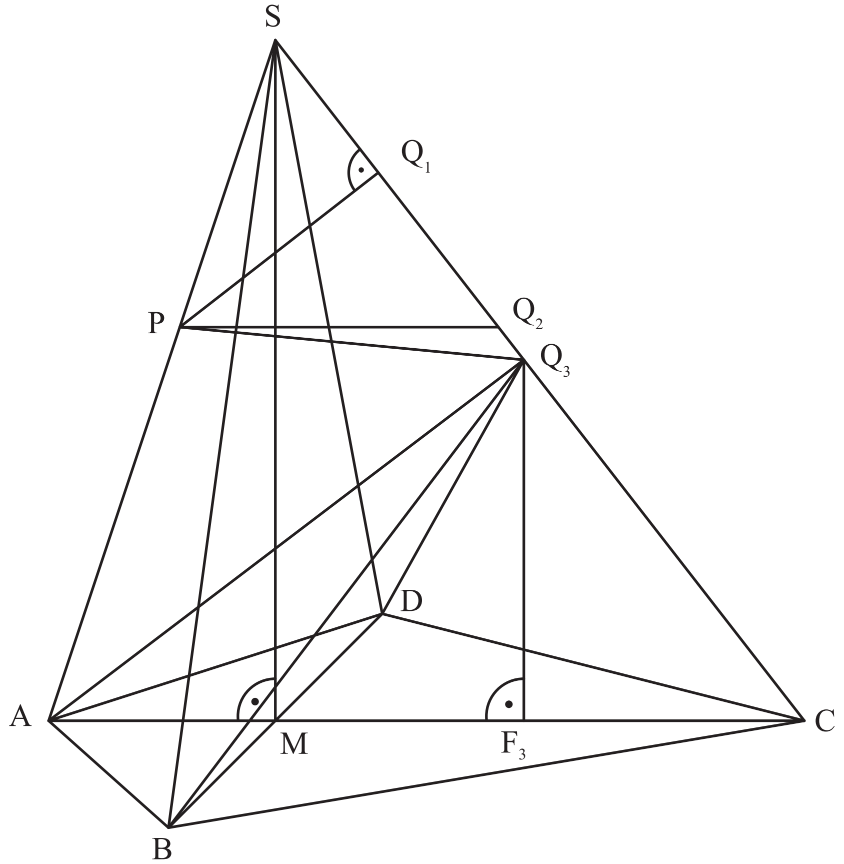
Lösungsmuster und Bewertung

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

RAUMGEOMETRIE

B 2.1



$\overline{MC} = 7 \text{ cm}$

$\overline{SC} = \sqrt{7^2 + 9^2} \text{ cm}$ $\qquad \overline{SC} = 11{,}40 \text{ cm}$

$\tan \sphericalangle SCA = \frac{9}{7}$ $\qquad \sphericalangle SCA = 52{,}13°$

4 — L 3 K 4; L 2 K 5

B 2.2 Einzeichnen der Dreiecke PQ_1S und PQ_2S

1 — L 3 K 4

B 2.3 $\cos \sphericalangle ASC = \frac{\overline{SQ_1}}{\overline{PS}}$

$\sphericalangle ASC = 180° - \sphericalangle MAS - \sphericalangle SCA$

$\tan \sphericalangle MAS = \frac{9}{3}$ $\qquad \sphericalangle MAS = 71{,}57°$

$\sphericalangle ASC = 180° - 71{,}57° - 52{,}13°$ $\qquad \sphericalangle ASC = 56{,}30°$

$\cos 56{,}30° = \frac{\overline{SQ_1}}{4 \text{ cm}}$ $\qquad \overline{SQ_1} = 2{,}22 \text{ cm}$

2 — L 2 K 2 K 5

B 2.4 $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{SP} \cdot \overline{PQ_2} \cdot \sin \sphericalangle Q_2PS$

$\sphericalangle SQ_2P = \sphericalangle SCA = 52{,}13°$

$\frac{\overline{PQ_2}}{\sin 56{,}30°} = \frac{4\text{ cm}}{\sin 52{,}13°}$ $\qquad \overline{PQ_2} = 4{,}22\text{ cm}$

$\sphericalangle Q_2PS = \sphericalangle MAS$ $\qquad \sphericalangle Q_2PS = 71{,}57°$

$A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4{,}22 \cdot \sin 71{,}57°\text{ cm}^2$ $\qquad A = 8{,}01\text{ cm}^2$

3 — L 2, K 2, K 5

B 2.5 Einzeichnen der Pyramide $ABCDQ_3$ mit der Höhe $[F_3Q_3]$

$\sin \sphericalangle SCA = \frac{\overline{F_3Q_3}}{\overline{SC} - \overline{SQ_3}}$

$\sphericalangle SQ_3P = 180° - 77° - 56{,}30°$ $\qquad \sphericalangle SQ_3P = 46{,}70°$

$\frac{\overline{SQ_3}}{\sin 77°} = \frac{4\text{ cm}}{\sin 46{,}70°}$ $\qquad \overline{SQ_3} = 5{,}36\text{ cm}$

$\sin 52{,}13° = \frac{\overline{F_3Q_3}}{(11{,}40 - 5{,}36)\text{ cm}}$ $\qquad \overline{F_3Q_3} = 4{,}77\text{ cm}$

4 — L 3, K 4, K 5

B 2.6 $V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{F_nQ_n}$

$\sin 52{,}13° = \frac{\overline{F_nQ_n}}{(11{,}40 - x)\text{ cm}}$ $\qquad x \in \mathbb{R};\ x \in \left]0; 11{,}40\right[$

$\overline{F_nQ_n}(x) = (9{,}00 - 0{,}79x)\text{ cm}$

$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 \cdot (9{,}00 - 0{,}79x)\text{ cm}^3$ $\qquad x \in \mathbb{R};\ x \in \left]0; 11{,}40\right[$

$V(x) = (120 - 10{,}53x)\text{ cm}^3$

3 — L 4, K 2, K 5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.