

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

# Aufgabensammlung

## Aufgabe für das Fach Mathematik

### Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet	Aufgabengruppe
grundlegend	A	Lineare Algebra	1

### 1 Aufgabe

Gegeben sind die Übergangsmatrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{10} & 0 & 0 \end{pmatrix}$  und der

Zustandsvektor  $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Die Vektoren der folgenden Zustände ergeben sich aus

$$\vec{v}_{i+1} = A \cdot \vec{v}_i \text{ mit } i \in \mathbb{N}.$$

**a** Berechnen Sie  $\vec{v}_2$ .

**b** Untersuchen Sie, ob es einen Zustandsvektor  $\vec{w} = \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ z \end{pmatrix}$  mit  $x, z \in \mathbb{R}$  gibt, sodass

$$\vec{w} = A \cdot \vec{w} \text{ gilt.}$$

BE

2

3

5

### 2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		<b>BE</b>
<b>a</b>	$\vec{v}_1 = A \cdot \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 40 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{1}{10} \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = A \cdot \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 30 \\ \frac{1}{20} \\ 4 \end{pmatrix}$	2
<b>b</b>	$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ \frac{1}{2}z \\ \frac{1}{10}x \end{pmatrix}$ <p>Die Bedingung <math>\vec{w} = A \cdot \vec{w}</math> liefert das Gleichungssystem:</p> <p style="margin-left: 40px;">I <math>x = 20</math>      II <math>1 = \frac{1}{2}z</math>      III <math>z = \frac{1}{10}x</math></p> <p>Da <math>x = 20</math> und <math>z = 2</math> die Gleichungen I, II und III erfüllen, ist <math>\vec{w} = \begin{pmatrix} 20 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}</math> ein solcher Zustandsvektor.</p>	3
		5

### 3 Standardbezug

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>1</sup>					
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	2	X									I	
b	3	X					II	II			II	

### 4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsschlüssel<sup>2</sup> vorgesehen, der angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

<sup>1</sup> Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

<sup>2</sup> Der Bewertungsschlüssel ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.