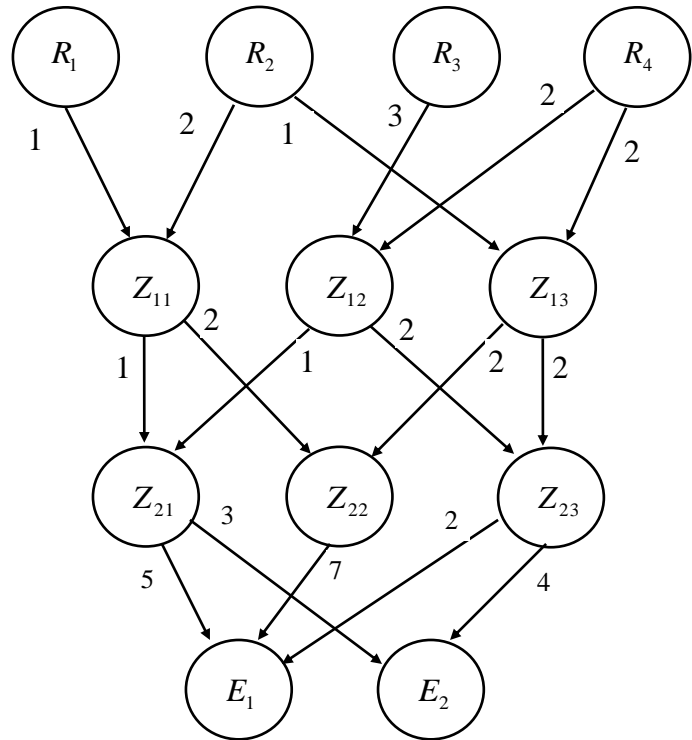


Planarbeit Multiplikationsmodell - Kontrollaufgaben

Kontrollaufgabe 1

In einem dreistufigen Produktionsprozess sollen aus 4 Rohstoffen 3 Zwischenprodukte erster und daraus 3 Zwischenprodukte zweiter Stufe produziert werden. Aus diesen werden 2 Endprodukte hergestellt. Die Einsatzkoeffizienten sind aus dem folgenden Diagramm zu entnehmen. Das Diagramm wird **Gozintograph** genannt.



Stellen den Produktionsprozess tabellenform dar.

Kontrollaufgabe 2

Bestimmen Sie aus der nebenstehenden Tabelle den Bedarf an Zwischenprodukten zweiter Stufe für den folgenden Vektor von

Endprodukten $\vec{y} = \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix}$.

C	E_1	E_2
Z_{21}	5	3
Z_{22}	7	0
Z_{23}	2	4

Kontrollaufgabe 3

Bestimmen Sie aus den folgenden Tabellen, die Tabelle BC der indirekten Einsatzkoeffizienten zur Erzeugung von Endprodukten aus den Zwischenprodukten zweiter Stufe

B	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}
Z_{11}	1	2	0
Z_{12}	1	0	2
Z_{13}	0	2	2

C	E_1	E_2
Z_{21}	5	3
Z_{22}	7	0
Z_{23}	2	4

Berechnen Sie den Bedarf an Zwischenprodukten erster Stufe für den folgenden Vektor von

Endprodukten $\vec{y} = \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix}$.

Kontrollaufgabe 4

Bestimmen Sie aus den folgenden Tabellen, die Tabelle ABC der totalen Einsatzkoeffizienten zur Erzeugung von Endprodukten aus den Rohstoffen.

A	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}
R_1	1	2	0
R_2	2	6	2
R_3	3	0	6
R_4	2	4	8

B	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}
Z_{11}	1	2	0
Z_{12}	1	0	2
Z_{13}	0	2	2

C	E_1	E_2
Z_{21}	5	3
Z_{22}	7	0
Z_{23}	2	4

Berechnen Sie den Bedarf an Rohstoffen für den folgenden Vektor von Endprodukten $\bar{y} = \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix}$.

Kontrollaufgabe 5

Für die Herstellung der Endprodukte E_1 und E_2 sind die folgenden Stücklisten gegeben.

A	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}
R_1	1	2	0
R_2	2	6	2
R_3	3	0	6
R_4	2	4	8

B	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}
Z_{11}	1	2	0
Z_{12}	1	0	2
Z_{13}	0	2	2

C	E_1	E_2
Z_{21}	5	3
Z_{22}	7	0
Z_{23}	2	4

Die Kosten der Rohstoffe und für die Herstellung der Zwischen- und Endprodukte sind durch folgende Kostenvektoren gegeben:

$$\vec{k}_R^T = (15 \mid 12 \mid 20 \mid 10) \quad \text{Kosten für je eine Einheit der Rohstoffe,}$$

$$\vec{k}_{Z1}^T = (8 \mid 10 \mid 12) \quad \text{Kosten für die Herstellung von je einer Einheit der Zwischenprodukte erster Stufe,}$$

$$\vec{k}_{Z2}^T = (20 \mid 25 \mid 12) \quad \text{Kosten für die Herstellung von je einer Einheit der Zwischenprodukte zweiter Stufe,}$$

$$\vec{k}_E^T = (8 \mid 10) \quad \text{Kosten für die Endmontage von je einem Endprodukt.}$$

Es sollen 50 Einheiten des Endproduktes E_1 und 100 Einheiten des Endproduktes E_2 hergestellt werden. Berechnen Sie die Gesamtkosten.

Lösungen zu den Kontrollaufgaben

Lösung der Kontrollaufgabe 1:

Aus dem Gozintographen ergeben sich die folgenden Stücklisten:

A	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}
R_1	1	0	0
R_2	2	0	1
R_3	0	3	0
R_4	0	2	2

B	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}
Z_{11}	1	2	0
Z_{12}	1	0	2
Z_{13}	0	2	2

C	E_1	E_2
Z_{21}	5	3
Z_{22}	7	0
Z_{23}	2	4

Lösung der Kontrollaufgabe 2:

Der Bedarf an Zwischenprodukten zweiter Stufe ergibt sich durch Multiplikation der zur Stückliste C gehörigen Matrix \mathbf{C} mit dem Produktionsvektor \bar{y} :

$$\bar{z}_1 = \mathbf{C} \cdot \bar{y} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 550 \\ 350 \\ 500 \end{pmatrix}$$

Zur Herstellung von 50 Einheiten des Endproduktes E_1 und 100 Einheiten des Endproduktes E_2 werden 550 Einheiten des Zwischenproduktes Z_{21} , 350 Einheiten des Zwischenproduktes Z_{22} und 500 Einheiten des Zwischenproduktes Z_{23} benötigt.

Lösung der Kontrollaufgabe 3

$$\mathbf{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 3 \\ 9 & 11 \\ 18 & 8 \end{pmatrix}$$

Der Zusammenhang zwischen den Endprodukten zweiter Stufe und den Zwischenprodukten erster Stufe ist durch die folgende Tabelle gegeben:

BC	E_1	E_2
Z_{11}	19	3
Z_{12}	9	11
Z_{13}	18	8

$$\bar{z}_1 = \mathbf{BC} \cdot \bar{y} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 3 \\ 9 & 11 \\ 18 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1250 \\ 1550 \\ 1700 \end{pmatrix}$$

Zur Herstellung von 50 Einheiten des Endproduktes E_1 und 100 Einheiten des Endproduktes E_2 werden 1250 Einheiten des Zwischenproduktes Z_{11} , 1550 Einheiten des Zwischenproduktes Z_{12} und 1700 Einheiten des Zwischenproduktes Z_{13} benötigt.

Lösung der Kontrollaufgabe 4

$$\mathbf{ABC} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 21 \\ 56 & 69 \\ 27 & 33 \\ 54 & 74 \end{pmatrix}$$

Tabelle ABC der totalen Einsatzkoeffizienten:

ABC	E_1	E_2
R_1	19	21
R_2	56	69
R_3	27	33
R_4	54	74

$$\bar{r} = \mathbf{ABC} \cdot \bar{y} = \begin{pmatrix} 19 & 21 \\ 56 & 69 \\ 27 & 33 \\ 54 & 74 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3050 \\ 9700 \\ 4650 \\ 10100 \end{pmatrix}$$

Zur Herstellung von 50 Einheiten des Endproduktes E_1 und 100 Einheiten des Endproduktes E_2 werden 3050 Einheiten des Rohstoffes R_1 , 9700 Einheiten des Rohstoffes R_2 , 4650 Einheiten des Rohstoffes R_3 und 10100 Einheiten des Rohstoffes R_4 benötigt.

Lösung zur Kontrollaufgabe 5

Der Produktionsvektor ist

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix}.$$

Benötigte Rohstoffe:

$$\vec{r} = \mathbf{ABC} \cdot \vec{y} = \begin{pmatrix} 19 & 21 \\ 56 & 69 \\ 27 & 33 \\ 54 & 74 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3050 \\ 9700 \\ 4650 \\ 10100 \end{pmatrix}$$

Rohstoffkosten

$$\vec{k}_R^T \cdot \vec{r} = (15 \mid 12 \mid 20 \mid 10) \cdot \begin{pmatrix} 3050 \\ 9700 \\ 4650 \\ 10100 \end{pmatrix} = 15 \cdot 3050 + 12 \cdot 9700 + 20 \cdot 4650 + 10 \cdot 10100 = 356150$$

Benötigte Zwischenprodukte erster Stufe:

$$\vec{z}_1 = \mathbf{BC} \cdot \vec{y} = \begin{pmatrix} 19 & 3 \\ 9 & 11 \\ 18 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1250 \\ 1550 \\ 1700 \end{pmatrix}$$

Kosten für die Zwischenprodukte erster Stufe:

$$\vec{k}_{Z1}^T \cdot \vec{z}_1 = (8 \mid 10 \mid 12) \cdot \begin{pmatrix} 1250 \\ 1550 \\ 1700 \end{pmatrix} = 8 \cdot 1250 + 10 \cdot 1550 + 12 \cdot 1700 = 45900$$

Benötigte Zwischenprodukte zweiter Stufe:

$$\vec{z}_2 = \mathbf{C} \cdot \vec{y} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 550 \\ 350 \\ 500 \end{pmatrix}$$

Kosten für die Zwischenprodukte zweiter Stufe:

$$\vec{k}_{Z2}^T \cdot \vec{z}_2 = (20 \mid 25 \mid 12) \cdot \begin{pmatrix} 550 \\ 350 \\ 500 \end{pmatrix} = 20 \cdot 550 + 25 \cdot 350 + 12 \cdot 500 = 25750$$

Kosten für die Endmontage

$$\vec{k}_E^T \cdot \vec{y} = (8 \mid 10) \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix} = 8 \cdot 50 + 10 \cdot 100 = 1400$$

Gesamtkosten

$$K = \vec{k}_R^T \cdot \vec{r} + \vec{k}_{Z1}^T \cdot \vec{z}_1 + \vec{k}_{Z2}^T \cdot \vec{z}_2 + \vec{k}_E^T \cdot \vec{y} = 356150 + 45900 + 25750 + 1400 = 429200$$

Die Produktionskosten für 50 Einheiten E_1 und 100 Einheiten E_2 belaufen sich auf 429200 €.