


Mathe: LGS mit mehreren Unbekannten – Gauß'scher Algorithmus		Nr.:
Klasse:	MAT/ VJG	Datum:
Name:		

Beim Lösen eines Gleichungssystems können folgende **elementare Umformungen** durchgeführt werden. Bei diesen Umformungen bleibt die Lösungsmenge unverändert.

- Gleichung mit einer Konstanten multiplizieren
- Zwei Gleichungen addieren
- Die Reihenfolge der Gleichungen kann vertauscht werden.

Mit diesen Schritten lassen sich die Variablen der Reihe nach eliminieren. Erfolgt dies in einer Weise, so dass LGS am Ende eine Dreiecksform hat, so spricht man vom Gauß'schen Algorithmus. Dieser Algorithmus ist eine Verallgemeinerung des Additionsverfahrens.

Lösungsschritte für das Gauß'schen Algorithmus		$\begin{cases} x - 2y - 3z = -5 & (I) \\ 2x + y - z = 0 & (II) \\ 3x + 3y + z = 6 & (III) \end{cases}$
1.	Elimination von x in (II): (I) mit (-2) multiplizieren und zu (II) addieren	$\begin{cases} x - 2y - 3z = -5 & (I) \\ 5y + 5z = 10 & (II') \\ 3x + 3y + z = 6 & (III) \end{cases}$
2.	Elimination von x in (III): (I) mit (-3) multiplizieren und zu (III) addieren	$\begin{cases} x - 2y - 3z = -5 & (I) \\ 5y + 5z = 10 & (II') \\ 9y + 10z = 21 & (III') \end{cases}$
3.	Elimination von y in (III'): (II') mit (-9/5) multiplizieren und zu (III') addieren. Damit ist das LGS in Dreiecksform .	$\begin{cases} x - 2y - 3z = -5 & (I) \\ 5y + 5z = 10 & (II') \\ z = 3 & (III'') \end{cases}$
4.	Den Wert von y bestimmen. Dazu das Ergebnis für z in (II') einsetzen.	$\begin{aligned} 5y + 5z &= 10 \\ \Leftrightarrow 5y + 5 \cdot 3 &= 10 \\ \Leftrightarrow y &= -1 \end{aligned}$
5.	Den Wert von x bestimmen. Dazu das Ergebnis für z und y in (I) einsetzen.	$\begin{aligned} x - 2y - 3z &= -5 \\ \Leftrightarrow x - 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 3 &= -5 \\ \Leftrightarrow x + 2 - 9 &= -5 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \end{aligned}$
6.	Lösungsmenge aufschreiben	$L = \{(2 \mid -1 \mid 3)\}$

Dieser Algorithmus lässt sich auch auf Gleichungssysteme mit mehr als drei Unbekannten anwenden.

Alternativ zu den Schritten 4 und 5 könnte man auch durch Addition von (III'') zu (II') und (I), sowie der entstehenden Gleichung (II') zu (I'). Die Variablen y und z bzw. nur z aus den ersten beiden Gleichungen eliminieren. Danach kann man die Lösung des LGS direkt ablesen.