Regeln zum Ableiten von komplizierteren Funktionen

Die Ableitung der Funktion $f(x) = x^2$ kennen wir schon: $f'(x) = 2x$. Die Rechnung dazu war ziemlich aufwändig. Ziel dieses Arbeitsblatts ist es, dass du sogar solche Funktionen innerhalb weniger Sekunden ableiten kannst:

$$f(x) = -2x^3 + 2x^2 - x + 5.$$

Dazu schauen wir zunächst, wie man Potenzfunktionen (also z. B. $f(x) = x^4$) ableitet, gucken dann, was die Vorfaktoren vor den Potenzen beim Ableiten bewirken und dann werden noch mehrere solche Potenzfunktionen miteinander addiert abgeleitet.

Potenzregel

$$\mathbf{f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}}$$

In Worten:

Eine Potenz wird abgeleitet, indem man den Exponenten um eins verkleinert und den alten Exponenten als Vorfaktor nach vorne zieht.

Beispiele

$f(x) = x^2$	$\Rightarrow$	$f'(x) = 2x^1 = 2x$	(kennst du schon aus dem letzten Kapitel)
$f(x) = x^4$	$\Rightarrow$	$f'(x) = 4x^3$	
$f(x) = x^{-2}$	$\Rightarrow$	$f'(x) = -2x^{-3}$	(es geht auch mit negativen Exponenten)
$f(x) = x \; (= x^1)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = 1 \cdot x^0 = 1$	(Eine Zahl hoch 0 gibt 1)

Faktorregel

$$\mathbf{f(x) = k \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = k \cdot g'(x)}$$

In Worten:

Ein konstanter Faktor bleibt beim Ableiten einfach erhalten. Der Rest wird abgeleitet und der Faktor wird wieder davor geschrieben.

Beispiele

$f(x) = 3x^2$	$\Rightarrow$	$f'(x) = 3 \cdot 2x^1 = 6x$	
$f(x) = -x^4$	$\Rightarrow$	$f'(x) = -4x^3$	(Das Minus entspricht dem Faktor -1)
$f(x) = -2x^{-2}$	$\Rightarrow$	$f'(x) = 4x^{-3}$	(Achtung Vorzeichen!)
$f(x) = 5x$	$\Rightarrow$	$f'(x) = 5 \cdot x^0 = 5$	(Eine Zahl hoch 0 gibt 1)

Summenregel

$$\mathbf{f(x) = g(x) + h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) + h'(x)}$$

In Worten:

Mehrere Summanden können einfach einzeln abgeleitet werden.

Beispiele

$$\begin{aligned}
f(x) &= x^2 + x^3 && \Rightarrow \quad f'(x) = 2x + 3x^2 \\
f(x) &= -x^4 + 3x^2 && \Rightarrow \quad f'(x) = -4x^3 + 6x \\
f(x) &= -2x^2 + 3x - 5 && \Rightarrow \quad f'(x) = -4x + 3
\end{aligned}$$

Bemerkung zum letzten Beispiel:

Der konstante Summand -5 fällt einfach weg. Warum?
Stell dir mal die Funktion $f(x) = -5$ vor. Das ist eine waagrechte Gerade, die 5 Einheiten unterhalb der x-Achse verläuft. Welche Steigung hat sie?
Genau - Null! (Sie ist ja waagerecht). D.h. die Ableitung dieser Funktion ist ebenfalls Null.

Merke dir also auch noch das: **Konstante Summanden fallen beim Ableiten weg.**

Selber probieren!

Und jetzt schau mal, ob du das, was dir oben versprochen wurde, vielleicht schon kannst: in wenigen Sekunden die Funktion $f(x) = -2x^3 + 2x^2 - x + 5$ ableiten.

Na, hat's geklappt?

Zusätzliche übungen dieser Art findest du bestimmt in deinem Mathebuch.