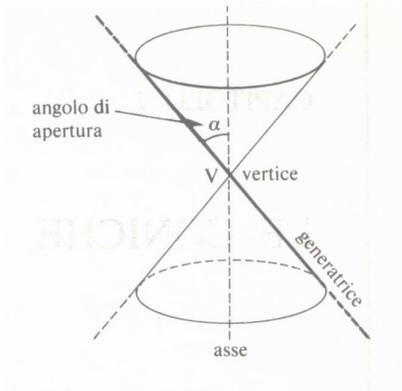


CONICHE E LORO CLASSIFICAZIONE

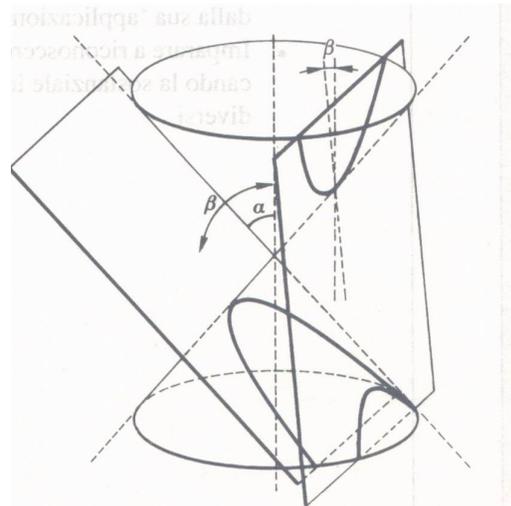
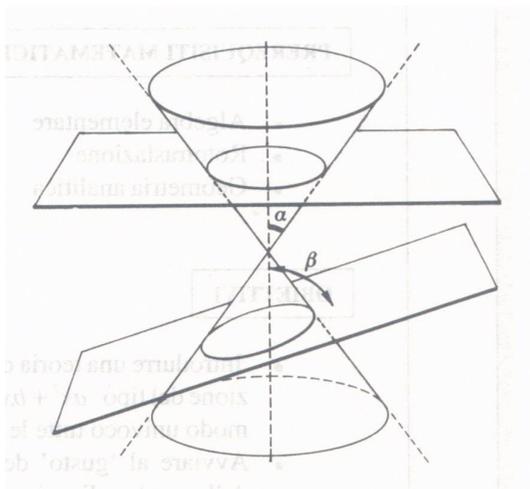
Definiamo SEZIONI CONICHE le curve che si possono ottenere sezionando un cono indefinito con un piano



Si dice SUPERFICIE CONICA (o CONO) DI ROTAZIONE la superficie generata da una RETTA (retta generatrice) che ruota attorno ad un ASSE formando con esso un angolo costante (ANGOLO DI APERTURA DEL CONO)

Questa superficie è quindi una superficie indefinita a due falde

Se adesso decidiamo di intersecare con un piano tale cono, si possono ottenere:



1. Una CIRCONFERENZA, se il piano taglia l'asse perpendicolarmente ($\beta = 90^\circ$)
2. Una ELLISSE se il piano taglia l'asse con un angolo maggiore dell'angolo di apertura ma minore di 90° ($\alpha < \beta < 90^\circ$)
3. Una PARABOLA se il piano taglia l'asse con un angolo β uguale all'angolo di apertura del cono, ovvero se è parallelo alla generatrice ($\beta = \alpha$)
4. Una IPERBOLE, se il piano è parallelo all'asse o forma con esso un angolo minore dell'angolo di apertura ($\beta < \alpha$)
5. Due RETTE INCIDENTI nel vertice se il piano è parallelo all'asse e passa per il vertice
6. Una RETTA (2 rette coincidenti) se il piano taglia il cono con un angolo $\beta = \alpha$ e passa per il vertice del cono
7. Un PUNTO se il piano taglia l'asse con un angolo $\alpha < \beta \leq 90^\circ$ e passa per il vertice del cono

Dal punto di vista analitico una conica è sempre rappresentata nel piano cartesiano da una equazione del tipo $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ con $A, B, C, D, E, F \in \mathbb{R}$

Al variare di A, B, C, D, E e F abbiamo i vari tipi di CONICHE che possono essere

- UNA ELLISSE REALE o IMMAGINARIA (la CIRCONFERENZA è considerata un caso particolare di ELLISSE)
- UNA PARABOLA
- UNA IPERBOLE

oppure le cosiddette CONICHE DEGENERI che possono essere

- UN PUNTO
- UNA RETTA
- UNA COPPIA DI RETTE

Per riconoscere, data una equazione del tipo $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, di che conica si tratta si procede in questo modo:

dall'equazione si possono estrarre 3 valori numerici chiamati

- Δ o INVARIANTE CUBICO
- δ o INVARIANTE QUADRATICO
- I o INVARIANTE LINEARE

$$\text{ove } \Delta = \begin{vmatrix} A & B/2 & D/2 \\ B/2 & C & E/2 \\ D/2 & E/2 & F \end{vmatrix} \quad \delta = \begin{vmatrix} A & B/2 \\ B/2 & C \end{vmatrix} \quad I = A + C$$

dai valori assunti da Δ, δ, I si può capire di che tipo di conica si tratta secondo la seguente tabella:

	$\Delta \neq 0$ (CONICA NON DEGENERE)	$\Delta = 0$ (CONICA DEGENERE)
$\delta > 0$	ELLISSE IMMAGINARIA se $I \cdot \Delta > 0$ ELLISSE REALE $I \cdot \Delta < 0$	UN PUNTO
$\delta = 0$	PARABOLA	DUE RETTE PARALLELE
$\delta < 0$	IPERBOLE NON EQUILATERA se $I \neq 0$ IPERBOLE EQUILATERA se $I = 0$	DUE RETTE INCIDENTI se $I \neq 0$ DUE RETTE PERPENDICOLARI se $I = 0$