

ESCUELA DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Homotecia

TIC para geometría

Eduardo Cayupil Contreras

[Seleccione la fecha]

Contenido

1.- Introducción	2
2.- Temática a tratar	3

1.- Introducción

Dentro del plano cartesiano se pueden realizar distintas operaciones matemáticas, dentro de estas operaciones, se encuentran las transformaciones geométricas.

Las transformaciones geométricas serán aquellas operaciones que permitan formar una nueva figura o punto a partir de elementos ya dados, es decir que se va a generar un homólogo de la figura o punto original. Estas transformaciones se pueden dividir en dos, las transformaciones isométricas (son transformaciones donde se mantienen las medidas) y transformaciones isomorfas (son aquellas que mantienen la forma, pero no necesariamente mantendrán las medidas de la figura original).

Para la realización de la presente actividad debemos tener en cuenta, las transformaciones isomorfas, pero aún más específico, es importante manejar el concepto de Homotecia.

Dentro de la presente actividad se tendrá como objetivo que los alumnos logren realizar una homotecia a partir de una circunferencia, considerando un punto exterior a la misma.

2.- Temática a tratar

2.1.- ¿Qué es la homotecia?

La homotecia es una transformación isomorfa, en la cual a partir de un punto O (centro de homotecia) se realiza una multiplicación por una constante k (constante de homotecia) a cada uno de los puntos, o al punto como es el caso de la fig. 1, tal que:

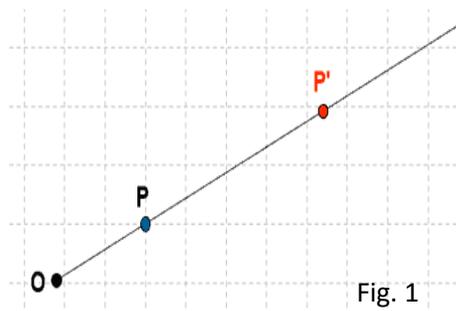


Fig. 1

$$(1) \quad \frac{OP'}{OP} = k$$

Es importante saber que los puntos O – P – P' están en una misma recta.

2.2.- ¿Qué propiedades presenta la homotecia?

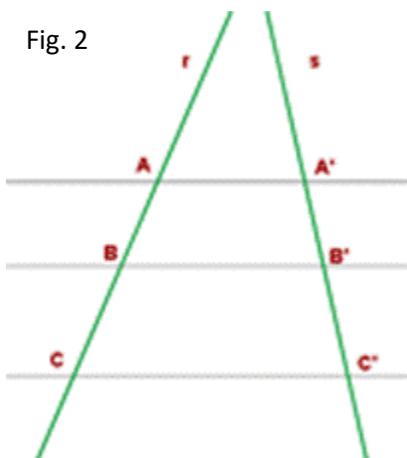
Dentro de la homotecia podemos encontrar tres situaciones, sin embargo en estas situaciones siempre se cumplirá con que la figura homóloga será *paralela* (*) a la figura original.

Situaciones	¿Qué ocurre?
$K > 1$	En este caso como k será mayor a 1 la figura homóloga será positiva y de mayor tamaño que la figura original
$0 < K < 1$	En este caso la figura homóloga se encontrará entre el centro de homotecia y la figura original, esta será de menor tamaño respecto a nuestra figura original.
$K < 0$	Cuando se tiene una constante menor a 0, la figura homóloga será negativa y se encontrará invertida respecto a la original.
Cuando la constante $k = 1$ la figura será la misma y cuando $k = -1$ la figura homóloga tendrá las mismas medidas que la figura original pero se encontrará de manera invertida.	

2.3.- ¿Qué conocimientos previos debo tener?

Para poder realizar los ejercicios de homotecia, hay que tener presente el teorema

Fig. 2



de Tales, este teorema indica que si a dos rectas cualquiera (r y s), se cortan por varias rectas paralelas (AA', BB', CC') los segmentos determinados de una recta (AB, BC) serán proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra (A'B', B'C').

De la fig. 2 se desprende que:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

2.4.- ¿En qué curso se debe enseñar la homotecia?

Según el currículo nacional la homotecia se debe estudiar en Segundo Medio durante la Unidad 2, perteneciente al área de geometría, dentro de esta unidad se pretende que los estudiantes conozcan la semejanza de figuras planas en el plano cartesiano, retomarán el teorema de Pitágoras y estudiarán los teoremas de Thales y Euclides. Además, aplicarán la semejanza en la construcción de modelos a escala. Por otro lado, identificarán los ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia y los teoremas relacionados con ellos.

Más específicamente en los aprendizajes esperados punto 9 (AP9), página 51, del programa de estudios para segundo medio, se establece que los estudiantes deben demostrar teoremas relativos a la homotecia de figuras planas y para poder trabajar la homotecia se sugiere como actividades que el estudiante:

- a) Identifiquen a partir de una representación gráfica, los conceptos de:
 - Homotecia
 - Centro de homotecia
 - Constante de homotecia

- b) Demuestren que dos trazos homotéticos son paralelos, para:
 - Homotecia positiva
 - Homotecia negativa

- c) Demuestren que dos polígonos homotéticos son semejantes