

Arbeitsauftrag

Markieren Sie, ausgehend vom Protokoll der durchgeführten Operationen, einen Weg zwischen den einzelnen Matrizen, der von der Matrix A zu ihrer Inversen A^{-1} führt.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$



Start

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 2 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 2 & 0 & -5 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Protokoll der durchgeführten Operationen:

Suchen Sie ausgehend von den aufgelisteten Operationen den Weg den Weg durch die Matrizen

Z2 meint Zeile 2

$$Z2 \leftarrow 3 \times Z2 - Z1, Z3 \leftarrow Z3 + Z1$$

$$Z1 \leftarrow Z1 - 6 \times Z3, Z2 \leftarrow Z2 - 3 \times Z3$$

$$Z1 \leftarrow Z1 - 2 \times Z2$$

$$Z1 \leftarrow \frac{1}{3} \times Z1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 0 & 0 & 3 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 2 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -4 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Die inverse Matrix können wir mit Hilfe des Verfahrens von Gauß-Jordan berechnen:

- (1) Wir stellen eine erweiterte Matrix auf, die links die zu invertierende Matrix und rechts die (entsprechend dimensionierte) Einheitsmatrix enthält.
- (2) Wir formen die erweiterte Matrix mit den Umformungsschritten des Gaußschen Eliminationsverfahrens um, sodass die linke Seite zur Einheitsmatrix wird.
- (3) Entweder ist das Verfahren erfolgreich, dann erhalten wir auf der rechten Seite die inverse Matrix.
- (4) Oder die Matrix ist nicht invertierbar, dann bricht das Verfahren ab. (Wir erhalten auf der linken Seite eine Zeile aus Nullen.)