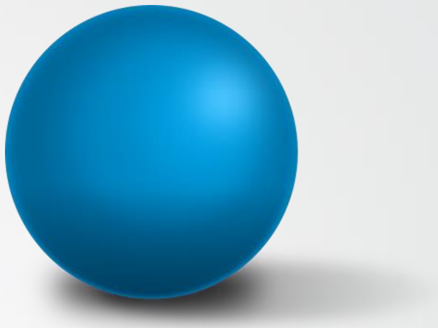
Situação problema

1. Suponha que no instante $t = 0\,s$ um balão meteorológico, de formato esférico com raio igual a 1 metro, está esvaziando devido à um defeito de fabricação. Sendo que o seu raio diminui a uma taxa de $0.05\; m/s$, determine:

a) A taxa de variação do volume do balão no instante $t = 0\,s$.

b) A taxa de variação do volume do balão no instante $t = 12$ s.

Situação problema: solução para $\boldsymbol{t = 0\ s}$



Sejam:

- t: tempo (em s);
- r: raio da esfera (em m);
- V: volume da esfera (em m^3).
- $\frac{dr}{dt}$: $-0{,}05\ m/s$

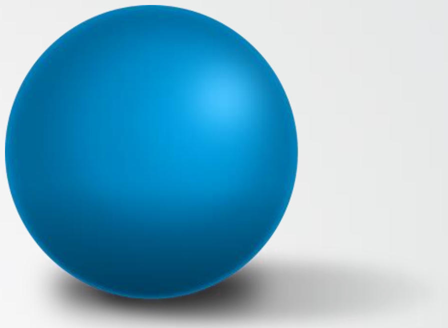
Volume de uma esfera: $\mathrm{V(t)} = \frac{4}{3}\pi r^3(t)$

r é uma função do tempo. Pela regra da cadeia, temos que:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr}\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dV(t)}{dt} = 4\pi r^2(t)\frac{dr}{dt} = 4\pi(1)^2(-0{,}05)$$

$$\frac{dV}{dt} = -0{,}2\pi = \frac{-\pi}{5} m^3/s \cong -0{,}6283\ m^3/s$$

Situação problema: solução para $t = 12\ s$



Sejam:

- t: tempo (em s);
- r: raio da esfera (em m);
- V: volume da esfera (em m^3).
- $\frac{dr}{dt}$: $-0{,}05\ m/s$

Volume de uma esfera: $V(t) = \frac{4}{3}\pi r^3(t)$

$$r(t) = r_0 + \frac{dr}{dt}(t)$$

$$r(20) = 1 - (0{,}05)(12) = 0{,}4\ \text{m}$$

r é uma função do tempo. Pela regra da cadeia, temos que:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr}\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dV(20)}{dt} = 4\pi r^2(20)\frac{dr}{dt} = 4\pi(0{,}4)^2(-0{,}05)$$

$$\frac{dV}{dt} = -0{,}032\pi = \frac{-4\pi}{125} m^3/s \cong -0{,}10053\ m^3/s$$