

PRINCIPIO DI CAVALIERI

ENUNCIATO:

Se i due lati di un rettangolo sono divisi in nello stesso numero di k parti, se considero la retta r parallela ad un lato e passante per la k -esima parte dell'altro lato, se considero la retta s uscente dal vertice del rettangolo e passante per il k -esimo punto del primo lato allora il luogo dei punti p intersezione della retta r e s è una parabola con vertice nel primo vertice del rettangolo e passante per il vertice opposto del rettangolo

DIMOSTRAZIONE

Considero un rettangolo di base e altezza rispettivamente a e b . Fisso il sistema di riferimento nel primo vertice del rettangolo. Suddivido i lati a e b rispettivamente in n parti e in seguito considero un numero k di queste parti.

Considero la retta verticale che passa per il k -esimo di a $x = \frac{k}{n} \cdot a$. In seguito prendo la retta passante per l'origine e nel k -esimo di quel punto. $A(0,0)$ $B(a, \frac{k}{n} \cdot b)$

Il coefficiente della retta è quindi $m = -\frac{(k \cdot b/n)}{a} = -\frac{kb}{na}$

La retta poiché passa per l'origine avrà equazione $y = \frac{kb}{na} x$. Per trovare il punto di intersezione basta mettere a sistema la retta $x = \frac{k}{n} \cdot a$ e la retta $y = \frac{kb}{na} x$.

Si risolve per sostituzione, la x del punto sarà $\frac{k}{n} \cdot a$ e la y invece sarà $y = \frac{kb}{na} \cdot$

$$\frac{k}{n} \cdot a = \frac{k^2}{n^2} \cdot \frac{a^2}{a} \cdot \frac{b}{a} = \frac{k^2}{n^2} \cdot \frac{a \cdot b}{a} = \frac{k^2}{n^2} \cdot b$$

$$P\left(\frac{k}{n} \cdot a; \frac{k^2}{n^2} \cdot b\right)$$

Infine per trovare l'equazione di una parabola basterà isolare k dalla x e sostituire nella y .

$$k = \frac{xn}{a} \quad y = \frac{x^2 n^2}{a^2} \cdot \frac{b}{n^2} = \frac{b}{a^2} \cdot x^2 \quad \text{inoltre questa parabola ha vertice } (0,0) \text{ ovvero nel primo vertice del rettangolo.}$$