INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL
Campus Canoas

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
GEOMETRIA I

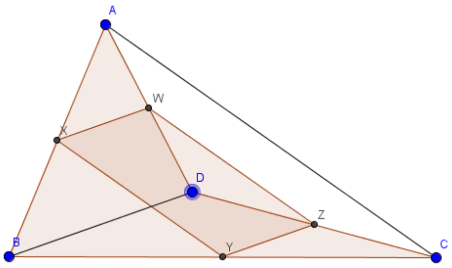
Eduarda Oliveira, Sandra R. B. Huisacayna e Giordano Mersoni

Atividade 2

a) Construa um quadrilátero ABCD e, em seguida, construa os pontos médios X, Y, Z e W dos segmentos $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ e $\overline{DA}$, respectivamente.

b) Mova os pontos A, B, C e D. Que propriedade marcante o quadrilátero XYWZ possui?

c) Faça uma conjectura, a partir do observado no item anterior e procure uma forma de prová-la.



(Resposta b) Podemos notar que movendo os pontos A, B, C e D o quadrilátero XYWZ forma um paralelogramo, apresentando seus lados opostos paralelos e congruentes que é propriedade deste quadrilátero.

HIPÓTESE **TESE**

$$\left.\begin{array}{c}\overline{AW} \equiv \overline{WD} \\ \overline{BY} \equiv \overline{YC} \\ \overline{AX} \equiv \overline{XB} \\ \overline{CZ} \equiv \overline{ZD}\end{array}\right\} \Longrightarrow XYWZ \text{ é } um\ paralelogramo\ (lados\ oposto\ paralelos\ e\ congruentes)$$

Demonstração:

Traçando diagonais $\overline{\mathrm{BD}}$, e $\overline{\mathrm{AC}}$ do quadrilátero ABCD, e os segmentos XW, WZ, ZY e YX com os pontos médios dos lados do quadrilátero, resultam que:

Com a diagonal $\overline{\mathrm{BD}}$, obtemos $\Delta\mathrm{ABD}$ e $\Delta\mathrm{DBC}$, onde $\overline{\mathrm{XW}}$ e $\overline{\mathrm{YZ}}$ são as bases médias desse triângulo;

Então pela propriedade da base média do triângulo temos que $\overline{\mathrm{BD}} \parallel \overline{\mathrm{XW}}$ e $\overline{\mathrm{XW}} = \frac{\overline{\mathrm{BD}}}{2}$, $\overline{\mathrm{BD}} \parallel \overline{\mathrm{YZ}}$ e $\overline{\mathrm{YZ}} = \frac{\overline{\mathrm{BD}}}{2}$, logo $\overline{\mathrm{XW}} \parallel \overline{\mathrm{YZ}}$ e $\overline{\mathrm{XW}} \equiv \overline{\mathrm{YZ}}$. Isto já demonstra que o quadrilátero XYWZ é um paralelogramo.

Porém fazendo analogamente com uma diagonal $\overline{\mathrm{AC}}$, obtemos $\Delta\mathrm{DAC}$ e $\Delta\mathrm{ABC}$, onde $\overline{\mathrm{WZ}}$ e $\overline{\mathrm{XY}}$ são as bases médias desse triângulo;

Então pela propriedade da base média do triângulo temos que $\overline{\mathrm{AC}} \parallel \overline{\mathrm{WZ}}$ e $\overline{\mathrm{WZ}} = \frac{\overline{\mathrm{AC}}}{2}$, $\overline{\mathrm{AC}} \parallel \overline{\mathrm{XY}}$ e $\overline{\mathrm{XY}} = \frac{\overline{\mathrm{AC}}}{2}$, logo $\overline{\mathrm{WZ}} \parallel \overline{\mathrm{XY}}$ e $\overline{\mathrm{WZ}} \equiv \overline{\mathrm{XY}}$.

Se $\overline{\mathrm{XW}} \parallel \overline{\mathrm{YZ}}$ e $\overline{\mathrm{XW}} \equiv \overline{\mathrm{YZ}}$ e $\overline{\mathrm{WZ}} \parallel \overline{\mathrm{XY}}$ e $\overline{\mathrm{WZ}} \equiv \overline{\mathrm{XY}}$, logo o quadrilátero XYWZ formado com os pontos médios dos lados do quadrilátero ABCD é um **paralelogramo.** cqd